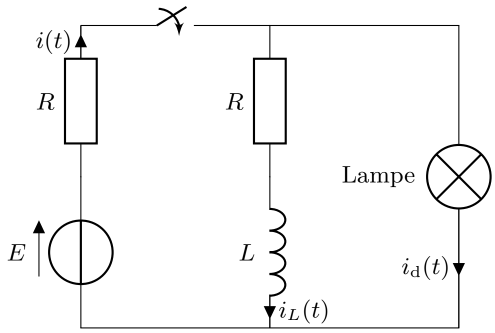
# TD 09 Circuits linéaires du premier ordre

**Lycée Vauvenargues - Physique-Chimie - PTSI 2 - 2020-2021**

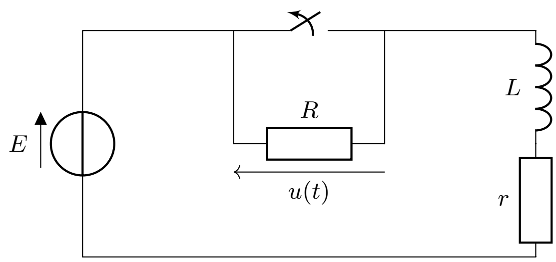
**Exercice 1 - Lampe témoin :** On considère le montage ci-dessous. Au temps $t = 0$ on ferme l'interrupteur. On note $i(t)$ le courant dans la branche du générateur, $i_L(t)$ celui dans la bobine et $i_\mathrm{d}(t)$ celui dans la lampe. La lampe se comporte comme un dipôle ohmique de résistance $4R$.

On répondra aux questions sans écrire d'équation différentielle.

1. Donner la valeur de $i_L(t)$ en $t = 0^+$. En déduire la valeur de $i(t)$ et $i_\mathrm{d}(t)$ juste après la fermeture.
2. Quelle est la valeur des différents courants une fois le régime permanent atteint ?
3. Après un temps $t_1$ suffisamment long pour que le régime permanent soit atteint, on ouvre l'interrupteur. Quelle est la valeur des différents courants juste après l'ouverture ?
4. La lampe ne s'allume que pour $|i_\mathrm{d}| > E/8R$. À quoi sert-elle ?



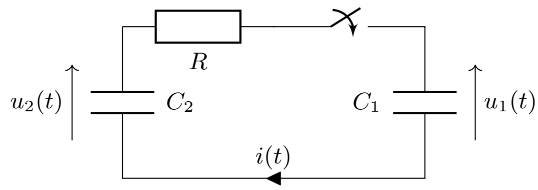

**Exercice 2 - Étincelle de rupture :** On considère le circuit ci-dessous. Initialement l'interrupteur est fermé et on considère le régime permanent atteint. Dans ce régime initial, la résistance $R$ est court-circuitée et ne joue donc aucun rôle. On supposera que la bobine est idéale. Au temps $t = 0$ on ouvre le circuit par l'intermédiaire de l'interrupteur.




1. Quelle est la valeur $i_0$ du courant débité par le générateur dans la phase initiale avec l'interrupteur fermé ? En déduire le courant traversant le circuit après l'ouverture de l'interrupteur.
2. Représenter le circuit juste après l'ouverture de l'interrupteur. Indiquer la résistance équivalente $R_\mathrm{eq}$ à prendre en compte.
3. Après l'ouverture de l'interrupteur, établir l'équation différentielle qui gouverne l'évolution de l'intensité $i(t)$ dans le circuit. En déduire l'expression du temps caractéristique $\tau$ en fonction de $R_\mathrm{eq}$ et $L$.
4. Résoudre cette équation différentielle et utiliser la condition initiale en $t = 0$.
5. Calculer puis tracer la tension $u_K(t)$ aux bornes de l'interrupteur. Calculer $u_K(0)$. Que vaut cette tension dans la limite où $R \gg r$ ?
6. Application numérique : On donne $L = 3\,\mathrm{mH}$, $r = 3\,\Omega$, $E = 12\,\mathrm{V}$ et $R = 10\,\mathrm{k}\Omega$. Calculer numériquement $u_K(0)$ et commenter la valeur.

**Exercice 3 - Décharge d'un condensateur dans un autre :** On relie à une résistance $R$ deux condensateurs de capacités $C_1$ et $C_2$ initialement chargés. À $t = 0$, on bascule l'interrupteur. Pour $t < 0$, on a $u_1(t < 0) = U_{01}$ et $u_2(t < 0) = U_{02} < U_{01}$.

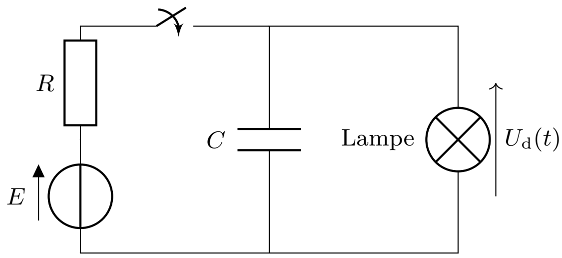
1. Déterminer l'équation différentielle sur le courant $i(t)$ puis la résoudre.
2. En déduire $u_1(t)$ et $u_2(t)$.
3. Représenter $u_1(t)$ et $u_2(t)$ sur un graphique.
4. Déterminer la valeur finale atteinte par les deux tensions.
5. Calculer la variation d'énergie stockée dans chaque bobine et l'énergie dissipée par effet Joule. Interpréter ces résultats.




*Données :* $C_1 = 1\,\mu\text{F}$ ; $C_2 = 2\,\mu\text{F}$ ; $U_{01} = 50\,\text{V}$ ; $U_{02} = 30\,\text{V}$ ; $R = 1\,\text{k}\Omega$

**Exercice 4 - La lampe à décharge :** Une lampe à décharge, dont la tension entre ses bornes est notée $U_\text{d}(t)$, possède les caractéristiques suivantes :

- Si la lampe est éteinte, elle se comporte comme une résistance infinie et reste éteinte tant que $|U_\text{d}(t)| < U_\text{a}$. La tension $U_\text{a}$ est la tension d'allumage.
- Si la lampe est allumée, elle se comporte comme une résistance de valeur $R_\text{d}$ et reste allumée tant que $|U_\text{d}(t)| > U_\text{e}$. La tension $U_\text{e}$ est la tension d'extinction et $U_\text{e} < U_\text{a}$.




1. Tracer la caractéristique $i = f(u)$ de la lampe à décharge lors d'une phase de charge allant de $U_\text{d} = 0$ à $U_\text{d} = U_\text{max}$ avec $U_\text{max} > U_\text{a}$. Tracer ensuite la même caractéristique pour une phase de décharge allant de $U_\text{d} = U_\text{max}$ à $U_\text{d} = 0$.
2. Pour $t < 0$ le condensateur est déchargé et l'interrupteur est ouvert. À $t = 0$ on ferme ce dernier. Établir l'équation différentielle vérifiée par $U_\text{d}(t)$.
3. Donner une condition sur la f.e.m. $E$ pour que la lampe s'allume. Si cette condition est vérifiée, exprimer le temps d'allumage $T_\text{a}$.
4. Quelle équation différentielle vérifie $U_\text{d}(t)$ pour $t > T_\text{a}$ ? La résoudre.
5. Sous quelle condition la lampe s'éteint spontanément ? Que se passe-t-il ensuite ?

---

**Élements de réponse :**

**1 -** 1. $i_L(0^+) = 0, i(0^+) = i_\text{d}(0^+) = \frac{E}{5R}$ ; 2. $i(\infty) = \frac{5E}{9R}$, $i_\text{d}(\infty) = \frac{E}{9R}$, $i_L(\infty) = \frac{4E}{9R}$ ; 3. $i(t_1^+) = 0$, $i_\text{d}(t_1^+) = -i_L(t_1^+) = -4E/(9R)$.

**2 -** 1. $i(0^+) = i(0^-) = i_0 = \frac{E}{r}$ ; 2. $R_\text{eq} = R+r$ ; 3. $\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + \dfrac{1}{\tau} i = \dfrac{E}{L}$ ;$\tau = L/R_\text{eq}$ ; 4. $i(t) = \dfrac{E}{R+r}\left(1 - \exp\left[-t/\tau\right]\right) + \dfrac{E}{r}\exp\left[-t/\tau\right]$ ; 6. $u_K(0) = E\frac{R}{r} = 4 \times 10^3\,\text{V}$, $\frac{L}{R} = 3 \times 10^{-7}\,\text{s}$, un arc électrique apparait entre les bornes de l'interrupteur.

**3 -** 1. $\dfrac{\mathrm{d}i(t)}{\mathrm{d}t} + \dfrac{i(t)}{\tau} = 0$, $\tau = 7 \times 10^{-4}\,\text{s}$, $i_0 = -20\,\text{mA}$, $i(t) = i_0 \exp(-t/\tau)$ ; 2. $u_1(t) = U_{01} - i_0 \frac{RC_2}{C_1+C_2}(\exp[-t/\tau] - 1)$, $u_2(t) = U_{02} + i_0 \frac{RC_1}{C_1+C_2}(\exp[-t/\tau] - 1)$ ; 4. $u_\text{f} \approx 36.7\,\text{V}$ ; 5. $\Delta\mathcal{E}_{C_1} = \frac{C_1}{2}(u_\text{f}^2 - U_{01}^2) < 0$ ; $\Delta\mathcal{E}_{C_2} = \frac{C_2}{2}(u_\text{f}^2 - U_{02}^2) > 0$ ; $W_\text{J} = \frac{\tau R i_0^2}{2}$.

**4 -** 2. $U_\text{d}(t) = E\left[1 - \exp\left(-\frac{t}{RC}\right)\right]$ ; 3. $T_\text{a} = RC\ln\left(\frac{E}{E-U_\text{a}}\right)$ ; 5. $T_\text{e} = T_\text{a} + \tau_\text{e}\ln\left[\frac{RU_\text{a}+R_\text{d}(U_\text{a}-E)}{RU_\text{e}+R_\text{d}(U_\text{e}-E)}\right]$, ensuite la lampe clignote.