

Table des matières

1 Révisions de première année : filtrage linéaire	1
2 Algèbre de Boole	3
3 Portes logiques	4
4 Logique séquentielle	5
5 Pour aller plus loin avec les ALI...	6

1 Révisions de première année : filtrage linéaire

Exercice 1 - Effet d'un filtre passe-haut : On considère un filtre passe-haut du premier ordre de gain en dB maximal de 0 dont la fréquence de coupure est de 100 Hz. Donner l'allure du signal en sortie si on envoie en entrée :

1. Une sinusoïde d'amplitude 4 V et de fréquence 2 kHz.
2. Une sinusoïde d'amplitude 4 V et de fréquence 2 kHz plus une tension continue de 1 V.
3. Un créneau de valeur moyenne nulle et d'amplitude 4 V et de fréquence 2 kHz plus une tension continue de 1 V.
4. Un signal triangle de valeur moyenne nulle et d'amplitude 4 V et de fréquence 2 Hz.

Exercice 2 - Filtre RL : On considère un filtre R, L série. Une tension u_e est imposée en entrée et l'on mesure u_s aux bornes de la bobine.

1. Faire un schéma du circuit.
2. Déterminer la nature du filtre grâce à son comportement équivalent aux hautes et basses fréquences.
3. Déterminer la fonction de transfert $\underline{H} = \frac{U_s}{U_e}$ de ce filtre. Identifier sa pulsation caractéristique ω_0 .
4. Tracer le diagramme de Bode du filtre. En déduire la bande passante du système.
5. Quelle est la valeur de la pente du diagramme de gain aux basses fréquences? Justifier cette valeur particulière.
6. On met en signal d'entrée du filtre le signal suivant :

$$e(t) = e_0 \sin(\omega_0 t) + e_1 \sin(\omega_1 t) + e_2 \sin(\omega_2 t)$$

avec $e_0 = 0.5 \text{ V}$, $e_1 = 10 \text{ V}$, $\omega_1 = \omega_0/100$, $e_2 = 1 \text{ V}$ et $\omega_2 = 10\omega_0$.

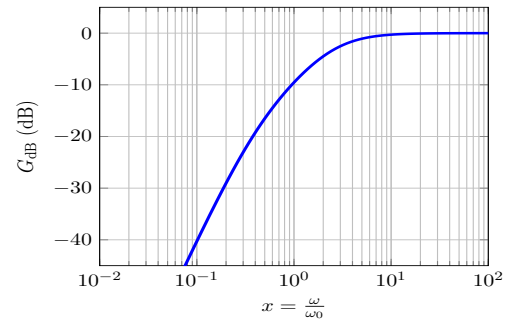
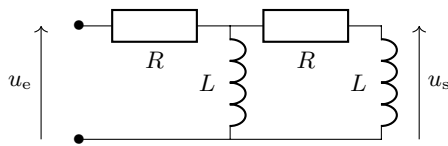
À l'aide du diagramme de Bode, déterminer le signal de sortie. Commenter.

7. Trouver l'équation différentielle sur la tension u_s à l'aide d'une étude temporelle avec de la loi des mailles et la loi des nœuds.
8. À partir de cette équation différentielle, retrouver la fonction de transfert du filtre.

Exercice 3 - Filtre ADSL : Les signaux transmis par une ligne téléphonique utilisent une large gamme de fréquence : de 0 à 4 kHz pour les signaux téléphoniques (transmettant la voix) et de 25 kHz à 2 MHz pour les signaux informatiques (internet).

1. Quel type de filtre faut-il choisir si on ne souhaite récupérer que les signaux téléphoniques? Que les signaux informatiques? Quelle fréquence de coupure peut-on choisir?

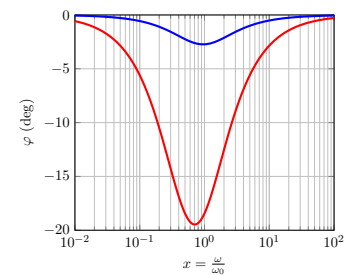
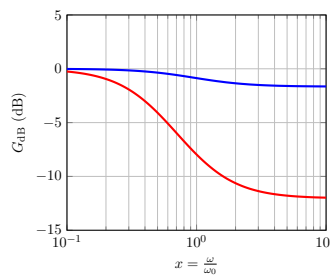
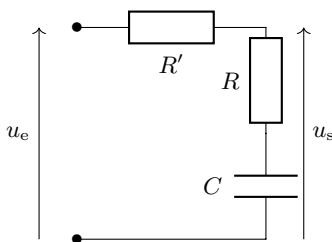
2. On utilise le filtre ci-dessous. Son fonctionnement asymptotique est-il en accord avec le fonctionnement souhaité ?



3. Déterminer la fonction de transfert de ce filtre et la mettre sous la forme $\underline{H} = \frac{-x^2}{1 + 3jx - x^2}$ avec $x = \omega/\omega_0$ et $\omega_0 = R/L$.
4. On donne le diagramme de Bode en amplitude ci-dessus. Commentez les valeurs asymptotiques en hautes et basses fréquences du filtre. Quelles valeurs d'inductances et de résistances faut-il choisir pour réaliser le filtre souhaité ?

Exercice 4 - Filtre à retard de phase : On considère le filtre ci-dessous.

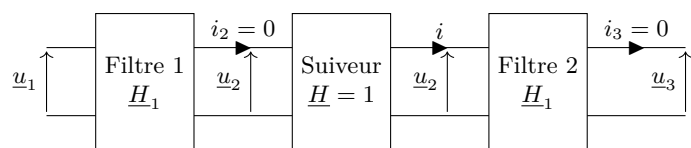
1. Déterminer sans calculs le comportement HF et BF du filtre.
2. Montrer que la fonction de transfert peut s'écrire $\underline{H} = \frac{1 + jx}{1 + j(1 + \alpha)x}$ où $\alpha = R'/R$, $x = \omega/\omega_0$ et $\omega_0 = \frac{1}{RC}$.
3. Ci-dessous sont tracés les diagramme de Bode correspondant avec $\alpha = 0.1$ et $\alpha = 1$. Quel est l'intérêt d'un tel filtre ?



Exercice 5 - Filtres en cascade :

On considère l'association ci-contre de deux filtres tels que

$$\underline{H}_1 = \underline{H}_2 = \frac{1}{1 + j\omega/\omega_0}$$

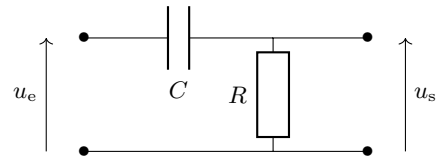


1. Quelle est la nature du filtre 1 ? Quel est son ordre ?
2. Donner un montage électrique simple permettant de réaliser ce filtre.
3. Quel est l'intérêt du montage suiveur ?
4. Donner l'expression de la fonction de transfert globale : $\underline{H} = \underline{u}_3/\underline{u}_1$.
5. On injecte en entrée du montage un signal u_1 de la forme : $u_1(t) = U + u_0 \cos(\omega_0 t) \cos(2\omega_0 t)$ où $U = 5 \text{ V}$ et $u_0 = 6 \text{ V}$. On rappelle que $\cos a \cos b = (\cos(a + b) + \cos(a - b))/2$
- (a) Montrer que ce signal peut s'écrire comme une somme de signaux sinusoïdaux.
- (b) Représenter l'allure du spectre de ce signal.
- (c) Déterminer le spectre du signal de sortie (on déterminera notamment l'amplitude des différents harmoniques).
- (d) En déduire l'allure du signal de sortie.

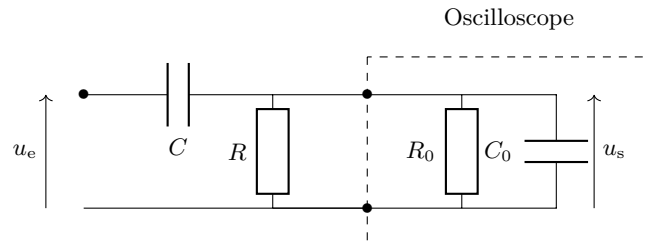
Exercice 6 - Impédance d'entrée d'un oscilloscope :

On considère le filtre ci-contre.

1. Déterminer la fonction de transfert $\underline{H} = \underline{u_s}/\underline{u_e}$ où l'on posera $\omega_0 = 1/(RC)$.
2. Déterminer la fréquence de coupure pour $R = 500 \text{ k}\Omega$ et $C = 0.1 \text{ nF}$.



3. Représenter le diagramme de Bode.
5. On observe la tension de sortie à l'aide d'un oscilloscope ayant une impédance d'entrée due à un groupement parallèle ($R_0 = 1 \text{ M}\Omega$, $C_0 = 30 \text{ pF}$). Calculer la nouvelle fonction de transfert et déterminer la nouvelle fréquence de coupure avec les valeurs de la question 2. Conclure sur l'influence de l'oscilloscope.



Éléments de réponse :

2 - 3. $\underline{H} = \frac{j\omega/\omega_0}{1 + \omega/\omega_0}$ avec $\omega_0 = R/L$; 6. $s_0 = 0.35 \text{ V}$, $\phi_0 = \pi/4$, $S_1 = 0.1 \text{ V}$, $\phi_1 \approx \pi/2$, $s_2 = 1 \text{ V}$, $\phi_2 = 0$; 7. $\frac{du_s}{dt} + \omega_0 u_s = \frac{du_e}{dt}$.

3 - 4. Pour $x = 1$, $|H| = 1/3$, on n'est pas loin de la fréquence de coupure. D'où prendre $R/L \approx 10 \text{ kHz}$ permettra d'avoir le filtre ADSL recherché.
 5 - 4. $\underline{H} = \underline{H}_1^2 = 1/(1 - \omega^2/\omega_0^2 + 2j\omega/\omega_0)$;
 5. $u_2(t) = U + u_2 \cos(\omega_0 t)$ où $U = 5 \text{ V}$ et

$u_2 = 0.75 \text{ V}$.
 6 - 2. $\omega_0 = 10^3 \text{ rad/s}$; 4. $\underline{H} = \frac{C}{C+C_0} \frac{j(C+C_0)R_{eq}\omega}{1 + j(C+C_0)R_{eq}\omega}$ où $R_{eq} = RR_0/(R+R_0)$. La pulsation de coupure vaut $\omega_0 = 1/(R_{eq}(C+C_0))$ soit $f_c = 3.6 \text{ kHz}$. La pulsation de coupure est maintenant plus faible.

2 Algèbre de Boole

Exercice 7 - Règles élémentaires de l'algèbre de Boole : À l'aide d'une table de vérité, montrez que :

1. $a \cdot a = a$ et $a + a = a$;
2. $(a + b) + c = a + (b + c)$;
3. $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$.

Exercice 8 - Simplifications dans l'algèbre de Boole : À l'aide d'une table de vérité, montrez que :

1. $a + a \cdot b = a$;
2. $a + \bar{a} \cdot b = a + b$;
3. $a \cdot (\bar{a} + b) = a \cdot b$.

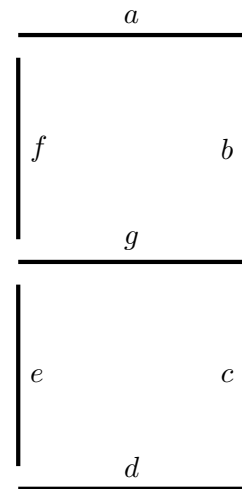
Exercice 9 - Propriétés de l'opérateur NOT : À l'aide d'une table de vérité, montrez que

1. $a + \bar{a} = 1$ et $a \cdot \bar{a} = 0$;
2. $\overline{a + b} \neq \bar{a} + \bar{b}$;
3. $\overline{a \cdot b} \neq \bar{a} \cdot \bar{b}$;
4. $\overline{a \cdot (b + c)} \neq \bar{a} \cdot (\bar{b} + \bar{c})$.

Exercice 10 - Afficheur hexadécimal sept segments : On souhaite afficher sur un afficheur 7 segments la valeur d'un nombre binaire. En entrée, on a un mot de 4 bits ce qui permet d'avoir les valeurs de 0 à F en hexadécimal. En sortie, on cherche le pilotage des sept segments de l'afficheur soit 7 sorties.

Chaque segment est relié à une LED. Dans cet exercice, nous avons choisi l'état allumé égal à 1. Par convention, les segments sont numérotés dans l'ordre alphabétique. La numérotation se fait en spirale, en partant du haut, conformément à la figure ci-contre.

Les données d'entrées sont enregistrées sur 4 bits notés $xyzt$. Le tableau ci-dessous rappelle les valeurs à prendre ainsi que le caractère à afficher sur l'afficheur.



Héxadécimal	0	1	2	3	4	5	6	7
Binaire	0000	0001	0010	0011	0100	0101	0110	0111
Affichage	0	1	2	3	4	5	6	7

Héxadécimal	8	9	A	B	C	D	E	F
Binaire	1000	1001	1010	1011	1100	1101	1110	1111
Affichage	8	9	A	b	C	d	E	F

- Remplir la table de vérité donnant la sortie $abcdefg$ en fonction du mot binaire d'entrée $xyzt$.
- Proposer une formule booléenne pour a permettant de répondre à cette table de vérité.

Éléments de réponse : $\left| \begin{array}{l} 10 - 2. a = \bar{x} \bar{y} \bar{z} \bar{t} + \bar{x} \bar{y} z \bar{t} + \bar{x} \bar{y} z t + \bar{x} y z \bar{t} + \bar{x} y z t + x \bar{y} \bar{z} \bar{t} + x \bar{y} \bar{z} t + x \bar{y} z \bar{t} \end{array} \right|$

3 Portes logiques

Exercice 11 - Utilisations de la porte XOR : On rappelle que l'opération XOR est donné par $a \oplus b = \bar{b} \cdot a + b \cdot \bar{a}$.

- Opérateur programmable : soit la commande Y , proposez un circuit logique dont la sortie vaut a si $Y = 0$ et \bar{a} si $Y = 1$.
- Clé de parité :
 - On réalise une porte XOR sur trois entrées $a \oplus b \oplus c$. Montrez que

$$a \oplus b \oplus c = c \cdot b \cdot a + c \cdot \bar{b} \cdot \bar{a} + \bar{c} \cdot \bar{b} \cdot a + \bar{c} \cdot b \cdot \bar{a} .$$

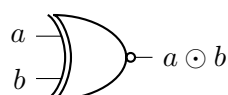
- En déduire que cette sortie vaut 1 uniquement si le groupe (a, b, c) contient un nombre impair de 1.

Exercice 12 - Groupe complet de la porte NOR : On rappelle la loi de de Morgan $\overline{a + b} = \bar{a} \cdot \bar{b}$. Proposez à l'aide uniquement de portes NOR un circuit logique permettant de réaliser les opérations NOT, AND et OR.

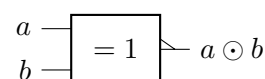
Exercice 13 - Porte XOR et XNOR : On rappelle que l'opération XOR est donné par $a \oplus b = \bar{b} \cdot a + b \cdot \bar{a}$.

- Proposer un circuit logique équivalent à la porte XOR constitué uniquement de portes NOT, AND et OR.
- La porte XNOR est la négation de la porte XOR. À partir de la question précédente, proposez un premier circuit logique permettant de réaliser cette opération.

L'opérateur XNOR agit sur deux variables d'entrées a et b . La porte renvoie 1 si et seulement si $a = b$. On note sa sortie $a \odot b$ (figure 1). En français, on désigne cet opérateur par OU EXCLUSIF.



(a) Représentation américaine (ANSI)



(b) Représentation européenne (IEC)

Fig. 1 – Représentations schématiques de la porte XNOR

- Donner la table de vérité de la porte XNOR.
- Montrer que $a \odot b = (b + \bar{a}) \cdot (\bar{b} + a)$.
- Proposer un second circuit logique équivalent à la porte XNOR constitué uniquement de portes NOT, AND et OR.

Exercice 14 - Multiplexeur et démultiplexeur : Le multiplexeur est une des fonctions combinatoires les plus courantes. C'est un circuit d'aiguillage commandé.

Considérons deux bits d'entrées $e_1 e_2$ et un bit d'adresse a . La sortie vaut e_1 si l'adresse vaut 0 et e_2 dans le cas contraire.

Ainsi, on retrouve en sortie une des entrées choisie grâce à la commande d'adresse. Cette fonction se généralise évidemment à de nombreux bits d'entrée pour des adresses sur plus de bits.

1. Écrire la table de vérité du multiplexeur.
2. Montrer que la sortie est équivalente à $\bar{a} \cdot e_1 + a \cdot e_2$.
3. En déduire le schéma logique correspondant.

Le démultiplexeur réalise l'opération inverse. La valeur du bit d'entrée e est transmise à la voie de sortie s_i selon valeur du bit d'adresse a .

4. Écrire la table de vérité du démultiplexeur.
5. Proposer un schéma logique correspondant.

Éléments de réponse : | 14 - 5. $s_1 = e \cdot a$ et $s_0 = e \cdot \bar{a}$. |

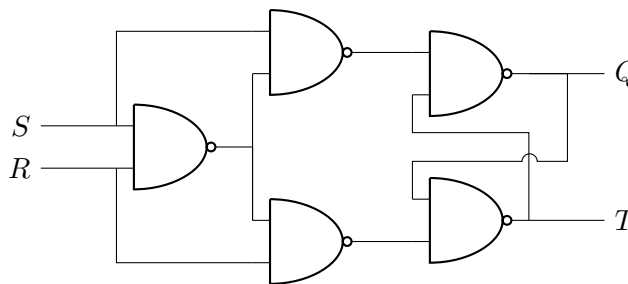
4 Logique séquentielle

Exercice 15 - Système à mémoire PQ : On étudie un système séquentiel à deux entrées S et R dont la sortie est notée Q . L'équation combinatoire du système est

$$Q_+ = S \cdot \bar{R} + (S + \bar{R}) \cdot Q_- .$$

1. Montrer que cette relation combinatoire est celle d'une mémoire Set-Reset.
2. Quel est l'effet de ce système si $R = S = 1$?

On considère le circuit logique suivant.



3. Vérifier que ce montage vérifie la relation combinatoire proposée.
4. Montrer que $T = \bar{Q}$ dans les cas acceptés d'utilisation de la bascule RS.

Exercice 16 - Système à mémoire RSH : On étudie un système séquentiel à deux entrées S et R dont la sortie est notée Q . Il s'agit d'une mémoire RS à laquelle on ajoute une entrée H correspondant à un signal d'horloge. Le fonctionnement est le suivant :

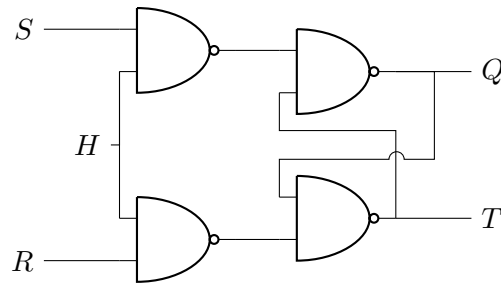
- ▷ tant que $H = 1$, le système est une mémoire RS ;
- ▷ si $H = 0$, le système est isolé, son état mémoire est constant.

L'équation combinatoire du système dépend de quatre variables et vaut

$$Q_+ = H \cdot (S \cdot \bar{Q}_- + \bar{R} \cdot Q_-) + \bar{H} \cdot Q_- .$$

1. Tracer le chronogramme représentant des évolutions de R , S , H et Q en fonction du temps.
2. Montrer que cette relation combinatoire correspond bien au cahier des charges décrit dans l'énoncé.

On considère le circuit logique suivant.



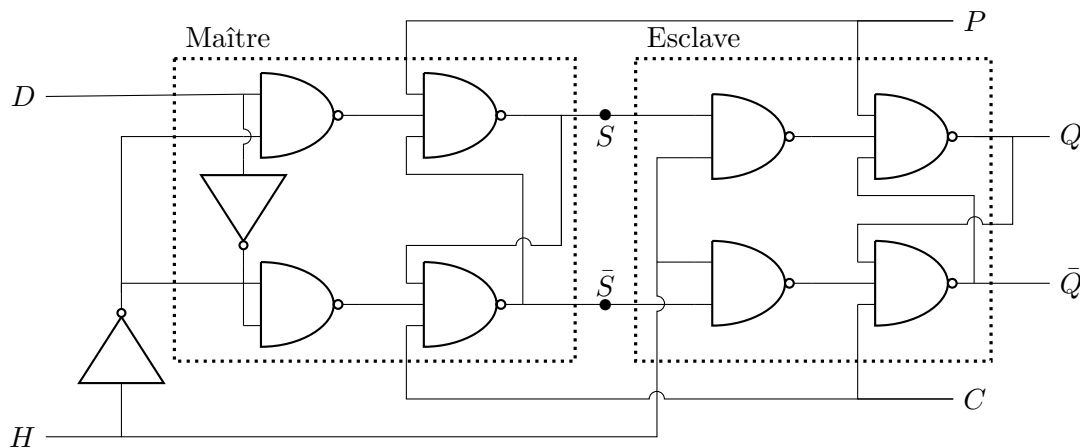
3. Vérifier que ce montage vérifie la relation combinatoire proposée.
4. Montrer que $T = \bar{Q}$ dans les cas d'utilisation acceptés de la bascule RS.

Exercice 17 - Bascule D maître esclave : Une bascule simple ne bascule pas toujours à chaque transition positive de l'entrée d'horloge. En effet, une bascule synchrone dispose, en plus de l'entrée d'horloge, d'une ou plusieurs entrées d'informations. Suivant le niveau logique de celles-ci, la bascule commute ou reste dans l'état où elle se trouve.

Les bascules synchrones sont conçues à partir de bascules asynchrones que l'on associe dans la configuration maître esclave. La première des bascules synchrones est la bascule D maître esclave.

La bascule D maître esclave comporte trois entrées de commande, une entrée horloge H et deux sorties complémentaires. Son rôle est de mémoriser une donnée logique D à un instant précis synchronisé avec l'horloge.

On considère le circuit logique suivant.



1. On suppose que $H = 1$, quel est le rôle de la bascule maître ?
2. On suppose que $H = 0$, quel est le rôle de la bascule esclave ?
3. On suppose que $H = 0$, quelles valeurs doivent prendre P et C pour que la valeur du signal D influe sur le circuit ?
4. En prenant $P = C = 1$, quelle est la valeur de Q après un cycle d'horloge, c'est-à-dire après que H soit passé de 0 à 1.
5. Sachant que H est un signal d'horloge périodique, tracer le chronogramme du système en représentant P , C , D , H , S et Q . Justifier la dénomination « preset » pour P et « clear » pour C .

Éléments de réponse :

15 - 2. $Q_- = Q_+$.

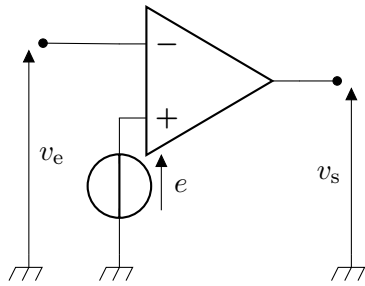
17 - 3. $P = C = 1$; 4. $Q^+ = D$.

5 Pour aller plus loin avec les ALI...

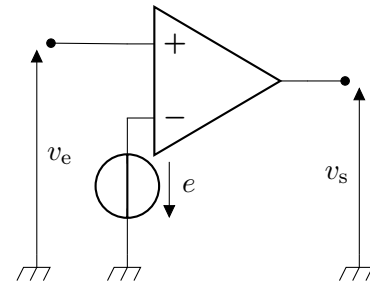
Exercice 18 - Deux comparateurs simples : Pour chacun des montages :

1. Quel est le régime de fonctionnement de l'ALI ?
2. Exprimer la tension différentielle ε en fonction de v_s et e .
3. Tracer la courbe de fonctionnement du comparateur.

a.

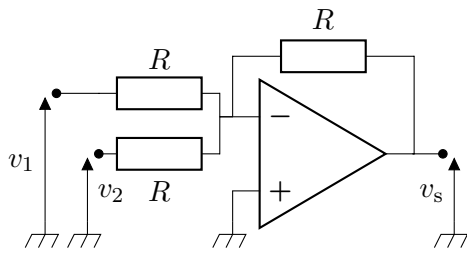


b.

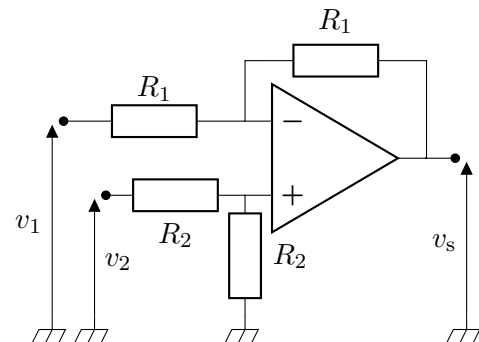


Exercice 19 - Opérations algébriques : Pour les deux montages ci-dessous, déterminer la relation entre v_s , v_1 et v_2 .

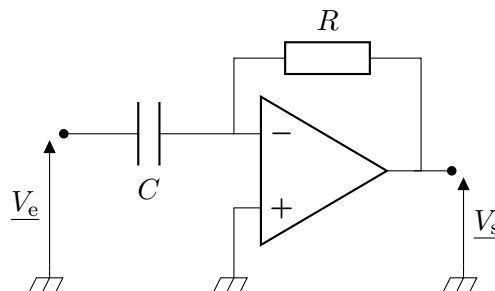
1.



2.

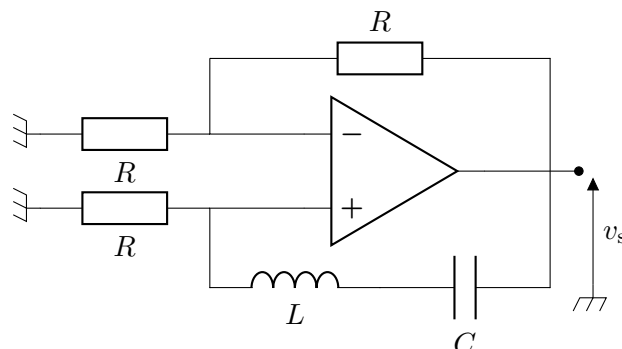


Exercice 20 - Le montage dérivateur :



1. Quel est le régime de fonctionnement de l'ALI ?
2. En déduire la fonction de transfert $H = V_s/V_e$ du montage.
3. Justifier la dénomination « montage dérivateur ».

Exercice 21 - Stabilité d'un circuit : Dans le montage ci-dessous, on suppose que l'ALI est idéal et fonctionne en régime linéaire.

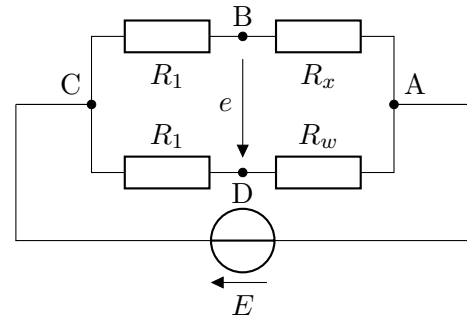


1. Établir l'équation différentielle vérifiée par la tension de sortie. Le circuit est-il stable ?

2. L'entrée du montage est initialement nulle, comment évolue le signal en fonction du temps ? Peut-on considérer que l'ALI fonctionne à tout instant en régime linéaire ?

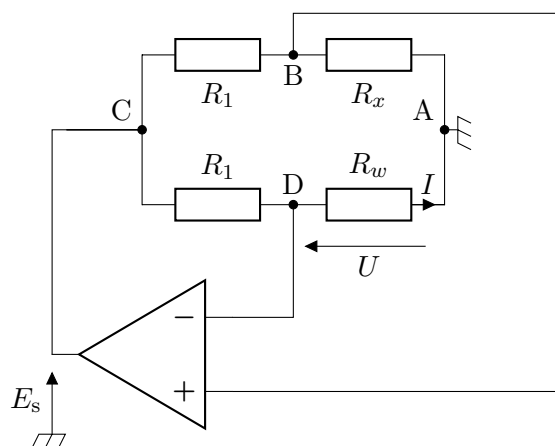
Exercice 22 - Électronique d'asservissement : L'objectif est la mesure de la vitesse d'un fluide grâce à un dispositif appelé anémomètre à fil chaud. Une résistance variable est placée dans l'écoulement. À cause de celui-ci, de la chaleur passe de la résistance vers le fluide. La température de celle-ci est donc asservie pour rester constante. La mesure de cet asservissement permet de remonter à la vitesse du fluide. De façon indirecte, la résistance du fil chaud dépend du courant qui la traverse et de la vitesse du fluide. Par ailleurs, pour une valeur de résistance donnée, la température de celle-ci est fixée de façon univoque.

1. La résistance du fil chaud est insérée dans un circuit type « pont de Wheastone ». Ce circuit comporte deux résistances égales à R_1 , une résistance R_x que l'on peut faire varier et le fil chaud représenté par la résistance R_w . En utilisant deux diviseurs de tension bien choisis, montrer que la tension e est égale à $e = R \left(\frac{1}{1 + \delta} - \frac{1}{1 + \beta} \right)$ où l'on précisera les expressions de β et δ . Quelle est la condition sur R_w et R_x pour que le pont soit équilibré, c'est-à-dire $e = 0$?



On peut choisir d'équilibrer le pont ($e = 0$) en jouant sur la valeur de R_x , ce qui va fixer la température de travail du fil chaud. Lorsque la vitesse de l'écoulement varie, le pont sera déséquilibré car R_w va varier. Afin de maintenir la température constante, le circuit électrique doit comporter une boucle de rétroaction. L'amplificateur linéaire intégré (ALI) fonctionne en régime linéaire et est idéal.

3. Que valent les courants d'entrée i_+ et i_- respectivement dans les bornes d'entrée + et - de l'ALI ? Que vaut la tension entre ces deux bornes d'entrée dans le cas d'un fonctionnement linéaire ?
4. Montrer que ce circuit va permettre d'ajuster le courant I pour que le fil chaud soit maintenu à température constante lorsque la vitesse de l'écoulement V varie. On rappelle que la résistance $R_w(V, I)$ est une fonction du courant qui la traverse I et la vitesse du fluide V .
5. Montrer que la tension de sortie de l'ALI E_s vaut γU où l'on exprimera γ en fonction de R_1 et R_w . En admettant que $R_w I^2 = \alpha + \beta \sqrt{V}$, montrer que la tension de sortie de l'ALI vérifie la loi de King $E_s^2 = A + B \sqrt{V}$, où l'on ne cherchera pas l'expression des coefficients.



Comme il est difficile de contrôler tous les paramètres qui interviennent dans la loi de King, les coefficients A et B sont déterminés par un étalonnage empirique. Pour chaque vitesse V de l'écoulement, on relève la tension de sortie E_s . Les résultats sont résumés dans le tableau ci-dessous.

V (m/s)	0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	4.0	5.0
E_s (V)	4.0	5.0	5.4	5.7	6.0	6.2	6.4	6.7	7.0

6. Que vaut le coefficient A ?

7. La loi de King est un modèle trop fort. On observe qu'il est plus facile d'ajuster les valeurs au modèle suivant : $E_s^2 = A + BV^n$ où l'exposant n est compris entre 0.4 et 0.6. Quelle courbe doit-on tracer pour trouver l'exposant n ? Déterminer alors cet exposant à l'aide du tableau fourni. On prendra une précision sur V de 0.05 m/s et sur E_s de 0.05 V .

Éléments de réponse :

18 - 2. a. $\varepsilon = e - v_e$; b. $\varepsilon = v_e + e$.

19 - 1. $-v_s = v_1 + v_2$; 2. $v_s = v_2 - v_1$.

20 - 2. $\underline{H}(\omega) = -jRC\omega$.

21 - 1. $\frac{d^2 v_s(t)}{dt^2} - \frac{R}{L} \frac{dv_s(t)}{dt} + \frac{1}{LC} v_s(t) = 0$.

22 - 1. $R_x = R_y$; 4. $U = E_s R_w / (R_1 + R_w)$; 6. $n = 0.567 \pm 0.017$.