TD Transferts thermiques

Lycée Thiers - Physique-Chimie - MPI/MPI*- 2022-2023

Table des matières

1 Révisions de première année : principes de la thermodynamique

Exercice 1 - Compression d'un gaz parfait : Un gaz parfait diatomique est enfermé dans un cylindre de volume $V_1 = 5\,\mathrm{L}$ à l'intérieur duquel peut coulisser (sans frottement) un piston de masse négligeable. À l'extérieur du piston, la température est $T_{\text{ext}} = 293\,\mathrm{K}$, la pression est $p_{\text{ext}} = 1$ atm. La paroi du cylindre est parfaitement diatherme, c'est-à-dire qu'à l'équilibre, la température du gaz est toujours $T_{\text{ext}} = 293\,\mathrm{K}$. On rappelle que 1 atm $= 1.013 \times 10^5\,\mathrm{Pa}$.

1. En appuyant sur le piston, on augmente très lentement la pression de $p_1 = p_{\text{atm}}$ jusqu'à $p_2 = 10$ atm.
   (a) Quelles hypothèses peut-on faire sur la nature de la transformation 1 vers 2 du gaz ?
   (b) En déduire T_2, V_2, ΔU, Q et W. Faire l'application numérique.
2. On applique maintenant instantanément la pression P_2 au piston puis on attend l'équilibre qui interviendra forcément après quelques oscillations du piston si on considère la viscosité du gaz, les frottements au niveau de la paroi puis les échanges thermiques au niveau de la paroi.
   (a) Quelles hypothèses peut-on faire sur la nature de la transformation 1 vers 2' du gaz ?
   (b) En déduire T_2', V_2', $\Delta U'$, Q' et W'. Faire l'application numérique.

Exercice 2 - Détente réversible d'un gaz parfait au contact d'un mélange eau-glace : Un cylindre non calorifugé, fermé par un piston, contient une mole de gaz parfait dans l'état initial ($T_1 = 273\,\mathrm{K}$, $p_1 = 3\,\mathrm{bar}$). Ce système est plongé dans un bain eau-glace constituant un thermostat à 0 °C. On agit sur le piston mobile pour détendre, de façon réversible le gaz jusqu'à la pression $p_2 = 1\,\mathrm{bar}$.

1. Déterminer la masse m de glace apparaissant dans le thermostat, l'enthalpie massique de fusion de la glace étant $L_{\text{fus}} = 334\,\mathrm{J \cdot g^{-1}}$.
2. Calculer la variation d'entropie du gaz, l'entropie échangée par le gaz ainsi que la création d'entropie.

Exercice 3 - Étude d'un moteur de Stirling : Un cycle de Stirling est formé de deux isothermes ($T_1 < T_2$) et de deux isochores ($V_1 < V_2$) alternées. Le cycle est décrit de façon à ce que l'équilibre thermodynamique soit réalisé en chaque instant dans le sens moteur par n moles de gaz parfait caractérisé par le coefficient γ supposé constant.

1. Représenter ce cycle dans le diagramme de Clapeyron.
2. En fonction des températures T_1 et T_2, du taux de compression $a = \dfrac{V_2}{V_1}$ et de n, R et γ, établir les expressions :
   (a) de la quantité de chaleur reçue par le système au cours d'un cycle (notée Q_2) ;
   (b) de la quantité de chaleur cédée par le système au cours d'un cycle (notée Q_1) ;
   (c) du rendement thermodynamique de ce cycle.

3. On admet que la chaleur fournie au fluide lors du chauffage isochore est récupérée par un régénérateur lors du refroidissement isochore. Que devient le rendement ? Comparer ce rendement à celui de Carnot.

Élements de réponse :

1 - 1. $T_2 = T_{\text{ext}}$, $V_2 = 0.5\,\text{L}$, $W = -Q \approx 1200\,\text{J}$; 2. $W = -Q \approx 4600\,\text{J}$.

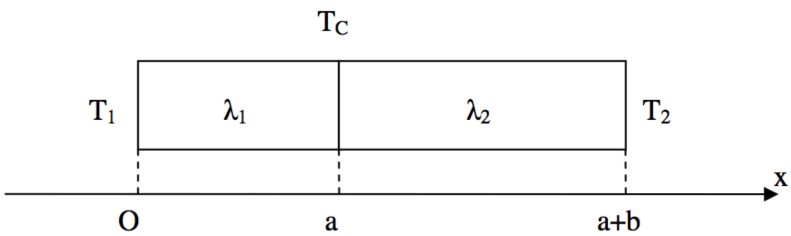
3 - 2. $1 \to 2$:$W_{1\to2} = 0$, $Q_{1\to2} = \Delta U = nR/(\gamma-1)(T_2 - T_1)$; $2 \to 3$: $\Delta U_{2\to3} = 0$, $-Q_{2\to3} = W_{2\to3} = -nRT_2 \ln V_2/V_1$; $3 \to 4$: $W_{3\to4} = 0$, $Q_{3\to4} = \Delta U = nR/(\gamma-1)(T_1 - T_2)$; $4 \to 1$: $\Delta U_{4\to1} = 0$, $-Q_{4\to1} = W_{4\to1} = -nRT_1 \ln V_1/V_2$; $Q_2 = -W_{2\to3} + nR/(\gamma-1)(T_2 - T_1)$; $Q_1 = -W_{4\to1} + nR/(\gamma-1)(T_1 - T_2)$; $W_{\text{f}} = nR(T_2 - T_1)\ln a > 0$; $\eta = nR(T_2 - T_1)\ln a/(nRT_2 \ln a + nR/(\gamma-1)(T_2 - T_1))$ 3. $\eta = 1 - T_1/T_2$.

2 Révisions de première année : résistances thermiques

Exercice 4 - Simple et double vitrage : On considère une pièce à la température $T = 20\,°\text{C}$. La température extérieure est de $T_{\text{e}} = 5\,°\text{C}$. On étudie les transferts thermiques avec l'extérieur à travers une vitre en verre de conductivité thermique $\lambda = 1.15\,\text{W/m/K}$, de largeur 60 cm, de hauteur 60 cm et d'épaisseur 3 mm. On se place en régime stationnaire.

1. Définir et calculer la résistance thermique de la vitre. En déduire le flux thermique sortant à travers le simple vitrage.
2. On remplace le simple vitrage par un double vitrage constitué d'une vitre de 3 mm d'épaisseur, d'une couche d'air de conductivité thermique $\lambda_{\text{air}} = 0.025\,\text{W/m/K}$, d'épaisseur 10 mm et d'une autre vitre identique à la première. Donner le schéma thermique équivalent. Calculer le flux thermique sortant à travers le double vitrage et les différentes températures dans le double vitrage. Interpréter.

Exercice 5 - Contact thermique : On considère deux conducteurs thermiques cylindriques de même section en contact. On se place en régime stationnaire.



1. Donner l'unité de λ.
2. Exprimer T_C en fonction de a, b, des conductivités thermiques λ_1 et λ_2 et des températures T_1 et T_2.
3. Calculer T_C pour $a = b$, $\lambda_1 = 0.5$ SI (conducteur organique) et $\lambda_2 = 0.2$ SI (bois) puis 390 SI (cuivre). On donne $T_1 = 293$ K et $T_2 = 373$ K. Commenter

Exercice 6 - Comportement social thermorégulateur des manchots : Un manchot se modélise par un parallélépipède rectangle de section carrée de côté $a = 10$ cm et de hauteur $\ell = 50$ cm. La manchot maintient sa température interne $T_i = 37\,°\text{C}$ au moyen d'un apport métabolique $P_1 = 50$ W qui compense les pertes par conduction thermique au travers de son revêtement de plumes d'épaisseur $e = 1{,}0$ cm et de conductivité thermique λ.

1. Déterminer la valeur de la conductivité thermique λ du revêtement de plume sachant que la température extérieurs (y compris au niveau du sol) est $T_e = -20\,°\text{C}$.
2. Pour faire face à des températures extrêmes, neuf manchots se serrent les uns contre les autres formant un carré de 3×3 manchots. Le pavage est parfait, seules les faces supérieures inférieures et latérales périphériques sont sujettes aux pertes thermiques. De combien le métabolisme nécessaire au maintien de la température interne, rapporté à un manchot, est-il réduit lorsque les neuf manchots se serrent les uns contre les autres ?

Exercice 7 - Givrage d'un évaporateur de pompe à chaleur : Un appartement est chauffé par une pompe à chaleur air/eau, qui extrait de l'énergie thermique à l'air extérieur et en fournit à l'eau du circuit de chauffage. L'atout de ce dispositif est qu'il est peu énergivore. Son principal inconvénient est cependant le givrage de l'évaporateur : l'eau contenue dans l'air extérieur au contact de la surface froide de l'évaporateur peut se condenser pour former une couche de givre. Cela a notamment pour conséquence de faire chuter l'efficacité du dispositif, comme le montre la figure 1 :

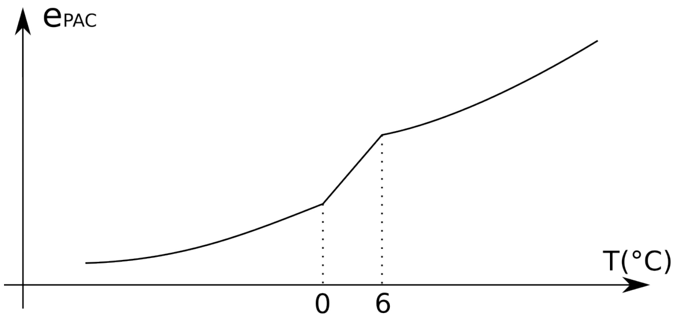


Fig. 1 – Évolution de l'efficacité de la PAC avec la température extérieure.

1. Identifier la source froide et la source chaude. Pourquoi dit-on que la pompe à chaleur est peu énergivore ? Comparer au cas d'un radiateur électrique.
2. Expliquer le comportement de la courbe de la figure 1 pour $T > 6\,°\mathrm{C}$.
3. Pourquoi l'eau contenue dans l'air peut-elle givrer au contact de l'évaporateur, si l'air est entre 0 et 6 °C ? Expliquer la chute d'efficacité correspondante sur la figure 1. Pourquoi cette chute accrue cesse-t-elle en dessous de 0 °C ?
4. On souhaite chiffrer la perte de puissance thermique pompée à la source froide. On considère que les échanges conducto-convectifs à l'interface solide/air suivent la loi de Newton. La partie de l'évaporateur en contact avec l'air extérieur est supposée plane, de surface S. La couche de givre qui s'y dépose est d'épaisseur e_g et de conductivité thermique λ_g. Exprimer puis calculer le rapport de puissances thermiques $\frac{\mathcal{P}_g}{\mathcal{P}}$ qui compare les transferts avec et sans givre. Discussion.

Données :

- ▷ Conductivité thermique du givre : $\lambda_g = 1.0\,\mathrm{W/(m \cdot K)}$
- ▷ Épaisseur du givre : $e_g = 1.0\,\mathrm{mm}$
- ▷ Coefficient de Newton au contact lisse de l'évaporateur : $h_e = 50\,\mathrm{W/(m^2 \cdot K)}$
- ▷ Coefficient de Newton au contact rugueux du givre : $h_g = 20\,\mathrm{W/(m^2 \cdot K)}$

Élements de réponse :

4 - 1. 2070 W ; 2. 13.3 W, 19.9 °C et 5.1 °C.

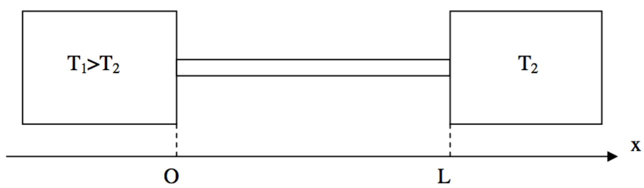
5 - 2. $T_C = (T_1 a\lambda_1 + T_2 b\lambda_2)/(a\lambda_1 + b\lambda_2)$; 3. 316 K et 373 K.

6 - 1. $3.99 \times 10^{-2}\,\mathrm{W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}}$; 2. 19.7 W.

7 - 4. $\frac{\mathcal{P}_g}{\mathcal{P}} = \frac{R}{R_g} = 0.39$.

3 Conduction thermique en régime stationnaire

Exercice 8 - Conductivité variable : Deux corps de capacité thermique infinie de températures T_1 et T_2 sont reliés par une barre de conductivité thermique dépendant de la température : $\lambda(T) = A/T$ avec A une constante.



Déterminer la température $T(x)$ dans la barre.

Exercice 9 - Refroidissement d'un processeur : On cherche à évaluer les performances d'une ailette de refroidissement accolée à un microprocesseur de serveur informatique. Il consiste en un assemblage de plaques de cuivre, mises en contact avec la face extérieure du microprocesseur, comme l'illustre la figure ci-dessous. Les caractéristiques techniques du modèle étudié sont fournies par le constructeur.

Fiche technique :

- ▷ Microprocesseur placé sous l'ailette.
- ▷ Puissance thermique maximale : 85 W
- ▷ Masse : 670 g
- ▷ Nombre de plaques soudées : 60
- ▷ Dimensions ailette (mm) : $25.0 \times 105 \times 60.0$
- ▷ Dimensions plaque (mm) : $25.0 \times 50.0 \times 1.0$
- ▷ Conductivité du cuivre : $\lambda = 390\,\mathrm{W/(m \cdot K)}$
- ▷ Coefficient de Newton (ventilation) : $h = 20\,\mathrm{W/(m^2 \cdot K)}$
- ▷ Température du microprocesseur : $T_1 = 60\,°\mathrm{C}$
- ▷ Température ambiante : $T_a = 30\,°\mathrm{C}$

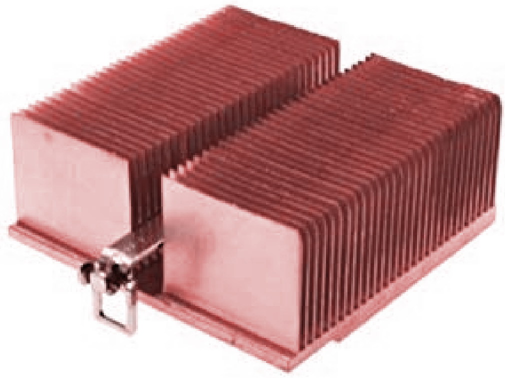


Fig. 2 – Ailette de refroidissement d'un microprocesseur.

On s'intéresse pour simplifier à la diffusion unidirectionnelle dans la direction (Ox) perpendiculaire au microprocesseur. Les effets de bords selon (Oy) et (Oz) sont négligés, donc la température est uniforme, à x fixé, sur toute la largeur $L_y = 50.0\,\mathrm{mm}$ et sur l'épaisseur $L_z = 1.0\,\mathrm{mm}$.

1. Construire un bilan de puissance sur un système bien choisi, pour établir en régime stationnaire l'équation différentielle régissant le profil de température $T(x)$ dans une plaque de cuivre.
2. Quelles conditions aux limites peut-on écrire pour calculer les constantes d'intégration du profil thermique ? En déduire la température $T(x = L_x)$ à l'extrémité d'une plaque.
3. Déterminer le flux thermique total évacué par l'ailette. Comparer aux données fournies par le constructeur.
4. La ventilation classique utilisée peine à faire circuler l'air ambiant entre les plaques de l'ailette, ce qui limite la valeur du coefficient h de Newton. Comment seraient modifiées les performances du dispositif avec une ventilation accrue, imposant $h = 40\,\mathrm{W/(m^2 \cdot K)}$?
5. Discuter l'influence des dimensions des plaques : quel serait le flux total évacué si la dimension L_y était multipliée par un facteur 4 ? Même question pour L_x. Discuter.

Exercice 10 - Étude d'un four industriel cylindrique : On étudie le fonctionnement en régime stationnaire d'un four cylindrique industriel dans une usine métallurgique. La paroi du four, de conductivité thermique $\lambda_p = 0.50\,\mathrm{W/(m \cdot K)}$, est délimitée par deux cylindres coaxiaux d'axe (Oz) et de rayons $R_1 = 30\,\mathrm{cm}$ et $R_2 = 50\,\mathrm{cm}$. On admettra que la longueur $L = 10\,\mathrm{m}$ du four est suffisante pour supposer que $R_1, R_2 \ll L$. La température de la paroi intérieure est $T_1 = T(r = R_1) = 900\,\mathrm{K}$, celle de la paroi extérieure $T_2 = T(r = R_2) = 300\,\mathrm{K}$. Ce four est alimenté par du charbon dont la combustion permet de récupérer $13\,\mathrm{MJ/kg}$.

1. Déterminer la température $T(r)$ de la paroi du four pour $R_1 \leqslant r \leqslant R_2$.
2. Calculer la masse m de charbon à brûler quotidiennement dans le four pour permettre à celui-ci de fonctionner en régime stationnaire.
3. Les échanges thermiques entre la paroi extérieure du four et l'atmosphère sont modélisés par la loi empirique de Newton. Déterminer la valeur du coefficient de conducto-convection h en sachant que la température extérieure est $T_0 = 290\,\mathrm{K}$. Pourquoi peut-on considérer qu'il n'y a pas de conducto-convection à l'intérieur du four ?
4. L'usure thermique a endommagé une partie du four. La paroi a donc été remplacée sur une longueur $L/3$, avec un matériau de conductivité $\lambda_m = 0.20\,\mathrm{W/(m \cdot K)}$. Quelle est la nouvelle résistance thermique de l'installation, en tenant compte de la conducto-convection ?

Exercice 11 - Pas de petits mammifères marins ? : Tentons d'expliquer pourquoi il n'existe pas de tout petits mammifères marins ; en effet le plus petit d'entre eux est la marsouin du Pacifique, fortement menacé d'extinction, qui mesure environ $1.50\,\mathrm{m}$ à l'âge adulte. Modélisons un mammifère très schématiquement par une boule de muscles de centre O et de rayon R, dont le métabolisme dégage une puissance thermique uniforme $\mathcal{P}$ par unité de volume. L'animal est plongé dans un milieu (air ou eau) de conductivité thermique κ, dont la température loin du mammifère est $T_\infty = 20\,°\mathrm{C}$. On s'intéresse à la température du milieu ambiant ($r > R$) en régime stationnaire, sans considérer de convection dans un premier temps.

1. *Sans procéder à un bilan mésoscopique*, établir l'équation différentielle vérifiée par la température $T(r)$ dans le fluide en régime stationnaire.
2. Un mammifère, marin ou terrestre, est notamment caractérisé par le fait qu'il ait le sang chaud. Par conséquent, il doit maintenir sa température cutanée $T_c = T(r = R)$ au-dessus d'une valeur critique de survie T_s. Établir l'expression du profil thermique $T(r)$ dans le milieu extérieur, en fonction de r, R, T_∞, et $\mathcal{P}$. Discuter les rôles respectifs de la taille de l'animal et de la nature de l'environnement sur la température cutanée du mammifère.
3. Considérons un dauphin adulte de 300 kg pour 3 m de long. En supposant ce dauphin cylindrique, estimer la valeur R du rayon de notre modèle sphérique qui présenterait le même rapport surface/volume que le dauphin.
4. Quelle puissance volumique $\mathcal{P}$ le métabolisme du mammifère doit-il développer pour maintenir sa peau à $T_c = 30\,°\mathrm{C}$, dans l'air, puis dans l'eau ? On utilisera les conductivités thermiques effectives $\kappa_{\mathrm{air}} = 50\,\mathrm{W/(m \cdot K)}$ et $\kappa_{\mathrm{eau}} = 250\,\mathrm{W/(m \cdot K)}$ pour rendre compte de l'efficacité de la convection dans le fluide. Commenter.

En réalité, les conductivités thermiques de l'air et de l'eau sont égales à $\lambda_{\mathrm{air}} = 0.026\,\mathrm{W/(m \cdot K)}$ et $\lambda_{\mathrm{eau}} = 0.6\,\mathrm{W/(m \cdot K)}$.

5. Proposer une méthode pour estimer les valeurs effectives qui rendent compte de la convection dans le fluide.

Exercice 12 - Dimensionnement d'un igloo : La construction d'un igloo qui puisse abriter des chasseurs inuits pendant plusieurs semaines nécessite de faire des choix bien réfléchis. On considère ici un igloo hémisphérique de rayon intérieur a et de rayon extérieur b, reposant sur un sol neigeux. Les conditions extérieures sont inhospitalières : le vent souffle en continu et la température extérieure est de $-20\,°\mathrm{C}$.

1. Déterminer l'expression de la résistance thermique de l'igloo, en négligeant dans un premier temps la conducto-convection et les transferts thermiques dans le sol. Les chasseurs disposent de blocs de glace et de blocs de neige compactée ; quel matériau est-il préférable d'utiliser pour tailler les briques de l'igloo ?
2. Conçu pour trois chasseurs, l'igloo est construit de façon à ce que la température intérieure T_{int} ne descende pas sous $0\,°\mathrm{C}$. Calculer l'épaisseur minimale $e = b - a$ de l'igloo, sous les hypothèses précédentes.
3. On choisit une épaisseur de paroi hémisphérique égale à celle du cas limite précédent. Calculer la température T_{int} en tenant maintenant compte de la conducto-convection aux interfaces air/paroi. Discuter.
4. Afin que la ventilation de l'igloo ne remplace pas en permanence l'air intérieur chaud par de l'air froid, un tunnel souterrain est creusé dans l'entrée de l'igloo pour accéder à la chambre en passant sous le mur d'enceinte. Les pertes de chaleur sont alors faibles, car l'air froid est piégé dans ce tunnel, et la température à l'intérieur de l'igloo peut atteindre jusqu'à $5\,°\mathrm{C}$. Dans ces conditions, pourquoi faut-il lisser les parois intérieures de l'igloo ?
5. On tient désormais compte des transferts thermiques dans le sol. On suppose que la température du sol, de même conductivité thermique que la paroi de l'igloo, est constante et égale à T_b à la profondeur l. Calculer la température intérieure dans ces conditions. Discuter.

Données :

- ▷ Surface caractéristique de l'igloo : $ab = 3.0\,\mathrm{m}^2$
- ▷ Température du sol à $l = 50\,\mathrm{cm}$ de profondeur : $T_b = -10\,°\mathrm{C}$
- ▷ Puissance thermique dégagée par un adulte : $\mathcal{P} = 80\,\mathrm{W}$
- ▷ Conductivité thermique de la glace : $\lambda_g = 2.0\,\mathrm{W/(m \cdot K)}$
- ▷ Conductivité thermique de la neige compactée : $\lambda_n = 0.25\,\mathrm{W/(m \cdot K)}$
- ▷ Coefficient de Newton en convection naturelle : $h_N = 5\,\mathrm{W/(m^2 \cdot K)}$
- ▷ Coefficient de Newton en convection forcée : $h_F = 30\,\mathrm{W/(m^2 \cdot K)}$

Élements de réponse :

8 - $T(x) = T_1 (T_2/T_1)^{x/L}$.

9 - 1. $0 = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \lambda L_z - 2h(T(x) - T_a)$; 2. $59\,°\mathrm{C}$; $3.88\,\mathrm{W}$; 4. $172\,\mathrm{W}$.

10 - 2. $245\,\mathrm{kg}$; 3. $120\,\mathrm{W/(m^2 \cdot K)}$; 4. $2.0 \times 10^{-2}\,\mathrm{K/W}$.

11 - 2. $T_c = \frac{\mathcal{P} R^2}{3\kappa} + T_\infty$; 3. $R = 0.25\,\mathrm{m}$.

12 - 1. $R_{\mathrm{mur}} = \frac{b-a}{2\pi\lambda\, ab}$; 2. $0.39\,\mathrm{m}$; 3. $23.4\,°\mathrm{C}$; 5. $-0.1\,°\mathrm{C}$.

4 Conduction thermique en régime non stationnaire

Exercice 13 - Chauffage d'un bâtiment : Un bâtiment, de capacité thermique $c = 7.6 \times 10^7\,\mathrm{J/K}$, est chauffé à la température uniforme $T_1 = 293\,\mathrm{K}$ par un chauffage central de puissance $P_1 = 210\,\mathrm{kW}$ constante, la température extérieure étant égale à $T_0 = 263\,\mathrm{K}$. On suppose que la quantité de chaleur δQ_p perdue par le bâtiment de température T pendant la durée dt s'écrit $\delta Q_\mathrm{p} = -ac(T - T_0)dt$ avec $a = 7.9 \times 10^{-5}\,\mathrm{s}^{-1}$.

1. À la date $t = 0$, le chauffage est arrêté. En raisonnant sur un intervalle de temps infinitésimal $\mathrm{d}t$, établir l'équation différentielle vérifiée par $T(t)$.
2. En déduire la température T_2 du bâtiment après 3 h.
3. La température du bâtiment étant T_2, on remet le chauffage en marche. Exprimer puis calculer la température T_∞ théoriquement atteinte au bout d'une durée très grande.
4. Calculer la durée au bout de laquelle le bâtiment aura retrouvé sa température initiale T_1.

Exercice 14 - Effet de cave : L'atmosphère occupe le demi-espace $x < 0$ et le sol le demi-espace $x > 0$. La température au niveau du sol est $T(0) = T_0 + a\cos\omega t$. On utilisera la notation complexe $\underline{T}(0) = T_0 + a\exp(j\omega t)$. Pour le sol, on note la masse volumique $\mu = 3.0 \times 10^3\,\mathrm{kg\cdot m^{-3}}$, la capacité thermique $c = 515\,\mathrm{J/kg/K}$ et la conductivité thermique $\lambda = 1.2\,\mathrm{W/K/m}$. On pose $\delta = \sqrt{\dfrac{2\lambda}{\mu c}}$.

1. On cherche une solution de la forme $\underline{T}(x,t) = T_0 + \underline{f}(x)\exp(j\omega t)$. Déterminer $\underline{f}(x)$ et en déduire $T(x,t)$.
2. Calculer les variations de température à une profondeur de 50 cm pour une amplitude de variation journalière de la température $T(0)$ de 15 °C autour d'une température moyenne de 3 °C en hiver.

Exercice 15 - Œuf à la coque : La cuisson d'un œuf de poule à la coque dure 3 minutes. Un œuf moyen a une masse comprise entre 53 et 63 g. Quelle serait la durée pour faire cuire à la coque un oeuf d'autruche, sachant que la masse de celui-ci est comprise entre 1.2 et 1.8 kg ?

Élements de réponse :

13 - 1. $\dfrac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t} + aT = aT_0$; 2. $T_2 \approx 276\,\mathrm{K}$; 3. $T_\infty \approx 298\,\mathrm{K}$; 4. $\approx 5\,\mathrm{h}$.

14 - 1. $T(x,t) = T_0 + a\exp(-x/\delta)\cos(\omega t - x/\delta)$; 2. 0.49 °C.

15 - $\tau_\mathrm{a} = \tau_\mathrm{p}\left(\dfrac{M_\mathrm{a}}{M_\mathrm{p}}\right)^{2/3} = 24$.

5 Rayonnement

Exercice 16 - Équilibre thermique de la Terre : On s'intéresse ici à un modèle simplifié d'équilibre thermique du système Terre. On considère que le Soleil apporte une puissance thermique surfacique moyenne $\mathcal{P}_S = 240\,\mathrm{W\cdot m^{-2}}$; la Terre, à la température T, émet son propre transfert thermique de puissance surfacique $\mathcal{P}_T = \sigma T^4$ avec $\sigma = 5.7 \times 10^{-8}\,\mathrm{W\cdot m^{-2}}$. Par ailleurs, une partie de cette puissance est captée par les gaz à effet de serre et renvoyée vers la Terre : avant l'ère industrielle, on estime la puissance correspondante à $\mathcal{P}_\mathrm{serre} = 155\,\mathrm{W\cdot m^{-2}}$.

1.(a) Calculer la température d'équilibre de la Terre en l'absence d'effet de serre. Commenter.
(b) Calculer la température d'équilibre de la Terre en tenant compte de l'effet de serre ; on la notera T_0.
(c) Si on suppose que plus aucun gaz à effet de serre n'est émis après 2020, l'augmentation de la concentration en gaz à effet de serre due à l'activité humaine a pour effet équivalent d'augmenter $\mathcal{P}_\mathrm{serre}$ d'environ $3\,\mathrm{W\cdot m^{-2}\cdot K^{-4}}$; en déduire la nouvelle température d'équilibre T_0'.

2.(a) Relier la variation $T_0' - T_0$ à la capacité thermique C de la Terre, sa surface S et à la durée Δt de la transformation. On considérera pour simplifier que la Terre est à la température constante T_0 pendant toute la transformation.
(b) Pour estimer C, on donne des estimations des masses de l'atmosphère $m_\mathrm{air} = 5.1 \times 10^{18}\,\mathrm{kg}$ et des océans $m_\mathrm{oc} = 1.4 \times 10^{21}\,\mathrm{kg}$ de capacité calorifique massique $c_\mathrm{v} = 4180\,\mathrm{J/K/kg}$. Calculer C à l'aide de ces deux contributions ; on commentera leur importance relative.
(c) En déduire numériquement la rapidité du réchauffement (en degrés par siècle).

3. Sachant la sortie de la dernière ère glaciaire a consisté en un réchauffement de 4 °C sur une durée de 10 000 ans (accompagnée par une augmentation du niveau marin de 130 m), commenter les valeurs obtenues.

Exercice 17 - Cube dans un four : On place à l'intérieur d'un four un cube de côté a, de capacité thermique massique c et de masse m. Le four est maintenu à la température T_1. Le solide est initialement à la température T_0. Le four et le solide sont assimilés à des corps noirs. On suppose que la température est uniforme à l'intérieur du parallélépipède et que $T_0 - T_1 \ll T_1$.

1. Quelle est la condition sur les températures pour ne tenir compte que des transferts thermiques radiatifs ?

2. Déterminer l'évolution temporelle de la température T du parallélépipède.

Exercice 18 - Lampe à incandescence : On considère une lampe à incandescence constituée d'une ampoule sphérique de faible épaisseur de rayon $R = 2.5\,\mathrm{cm}$ et d'un filament en tungstène de surface $S_f = 2 \times 10^{-5}\,\mathrm{m}^2$. En dehors du filament, l'ampoule est vide. On note P la surface rayonnée par le filament.

1. On fait l'hypothèse que le rayonnement du filament est celui d'un corps noir de température T. Calculer T pour une puissance rayonnée $P = 60\,\mathrm{W}$. Quelle est la valeur de la longueur d'onde correspondant à l'émission maximale ? Expliquer pourquoi le verre de l'ampoule absorbe une partie (faible) de ce rayonnement ?
2. Le milieu ambiant est supposé en équilibre radiatif et thermique à la température T_a, il émet donc un rayonnement de corps noir. Le verre de l'ampoule absorbe une partie du rayonnement émis par le filament soit la puissance αP. D'autre part, le verre de l'ampoule se comporte comme un corps noir par le rayonnement ambiant et pour le rayonnement qu'il émet lui même. On suppose un échange conducto-convectif de coefficient $h = 5\,\mathrm{W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}}$ avec le milieu extérieur. Écrire l'équation traduisant l'équilibre thermique de la lampe de température stationnaire T_v.
3. Calculer numériquement cette température en prenant $T_a = 293\,\mathrm{K}$ et $\alpha = 0.05$.

Exercice 19 - Bilan radiatif de la Terre : On utilisera les données suivantes : rayon du Soleil $R_\mathrm{S} = 7 \times 10^5\,\mathrm{km}$, distance moyenne de la Terre au Soleil $D = 1.46 \times 10^8\,\mathrm{km}$, rayon de la Terre $R_\mathrm{T} = 6400\,\mathrm{km}$, température moyenne au sol $T_0 = 287\,\mathrm{K}$.

1. La constante solaire E_0 est, par définition, la puissance reçue du soleil par unité de surface normale aux rayons solaires au « sommet » de l'atmosphère terrestre.
   (a) On admet qu'on peut assimiler l'émission solaire à celle d'un corps noir de température T_S (correspondant à la température superficielle du soleil). Calculer E_0 en fonction de D, R_S, T_S et de σ la constante de Stefan. On trouve expérimentalement $E_0 = 1.35\,\mathrm{kW \cdot m^{-2}}$.
   (b) Le maximum de l'émission solaire en fonction de la longueur d'onde est obtenu pour $\lambda_\mathrm{m} = 0.474\,\mathrm{\mu m}$. Cette valeur est-elle cohérente avec la valeur de T_S que l'on vient de calculer pour pouvoir assimiler l'émission solaire à celle du corps noir ?
2. L'albédo d'une surface est le rapport du flux qu'elle diffuse sans l'absorber au flux qu'elle reçoit. L'albédo A de l'ensemble Terre-atmosphère pour le rayonnement solaire est évalué à 0.34. On considérera que l'atmosphère terrestre est pratiquement transparente au rayonnement solaire. Pour tenir compte de la convexité de la Terre, on admet que la puissance solaire u reçue par unité de surface du cercle de rayon R_T vaut $E_0/4$.
   (a) Calculer le flux surfacique moyen φ du rayonnement émis par le sol en supposant l'équilibre radiatif au sol. On négligera dans cette question toute absorption par l'atmosphère du rayonnement émis par le sol de même que tout rayonnement propre de l'atmosphère. On exprimera φ_e en fonction de u. On assimile le sol rayonnement du sol à celui d'un corps noir de température T_p. Calculer sa valeur et la comparer à celle de T_0.
   (b) On tient compte maintenant du rayonnement de l'atmosphère et on suppose que le sol est modélisé par un corps noir de température T_0. On admet que seulement une fraction α du rayonnement infrarouge émis par le sol (de température T_0) peut traverser la totalité de l'atmosphère. En outre, l'atmosphère rayonne un flux surfacique moyen φ_1 au niveau du sol et dirigé vers le sol. Enfin, les couches atmosphériques les plus élevées ont un rayonnement propre vers l'extérieur du système terre-atmosphère correspondant un flux surfacique moyen φ_r (tous les flux indiqués sont comptés positivement). Faire un schéma récapitulatif et donner la condition d'équilibre radiatif au sol puis sur la frontière supérieure de l'atmosphère.
   (c) Calculer φ_e, φ_r et φ_1 pour $\alpha = 0.25$.
3. En fait, le bilan purement radiatif précédent ne tient pas compte de divers phénomènes qui participent au bilan thermique de l'atmosphère. Ainsi, de l'eau s'évapore à la surface du sol et se recondense dans l'atmosphère. La hauteur moyenne des précipitations annuelles est de 2 mètres d'eau. Évaluer l'ordre de grandeur de la puissance surfacique moyenne P_s transférée de cette façon de la Terre à l'atmosphère et conclure. On donne l'enthalpie massique de vaporisation de l'eau $L_\mathrm{vap} = 2600\,\mathrm{kJ/kg}$.

Élements de réponse :

16 - 1. $-18\,°\mathrm{C}$; $15.5\,°\mathrm{C}$; $16\,°\mathrm{C}$; 2. $C \simeq 6 \times 10^{24}\,\mathrm{J \cdot K^{-1}}$; $0.86\,°\mathrm{C}$/siècle.
17 - 2. $T(t) = T_0 + (T_1 - T_0)\mathrm{e}^{-t/\tau}$.
18 - 1. $\lambda_\mathrm{m} = 1.1\,\mu\mathrm{m}$; 3. $326\,\mathrm{K}$.
19 - 1. $E_0 = \sigma T^4 (R_\mathrm{S}/D)^2$; 2. a. $T_\mathrm{p} = ((1-A)u/\sigma)^{1/4}$; c. $\varphi_\mathrm{e} = 385\,\mathrm{W \cdot m^{-2}}$, $\varphi_\mathrm{r} = 179\,\mathrm{W \cdot m^{-2}}$ et $\varphi_1 = 164\,\mathrm{W \cdot m^{-2}}$; 3. $P_\mathrm{s} = 164\,\mathrm{W \cdot m^{-2}}$.

6 Pour aller plus loin...

Exercice 20 - Chocs thermiques : Une barre homogène, de section S et de grande longueur est thermiquement isolée latéralement. On désigne par λ sa conductivité thermique, par ρ sa masse volumique, par c sa chaleur massique et par $h = \dfrac{\lambda}{\rho c}$ sa diffusivité.

On prendra l'axe (Ox) selon la longueur de la barre, avec l'origine au milieu. On s'intéresse à l'écart de température $\theta = T - T_0$ par rapport à la température d'équilibre T_0.

1. Écrire l'équation de la chaleur à laquelle obéit $\theta(x,t)$.

À un instant donné, la distribution de température est donnée par la loi

$$\theta(x,t) = \frac{A}{\sqrt{4\pi h t}} \exp\left(-\frac{x^2}{4ht}\right)$$

avec $A > 0$.

2. Monter que cette fonction est solution de l'équation de la chaleur. Quelle est la limite de celle-ci lorsque $t \to 0$?
3. Définir et exprimer, à un instant t fixé, l'énergie thermique $\mathrm{d}U$ dans la tranche de barre comprise entre x et $x + \mathrm{d}x$ et qui correspond à l'élévation de température θ. Quelle est l'énergie thermique contenue dans toute la barre à un instant t donné ? On donne $\int_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{e}^{-x^2} = \sqrt{\pi}$.
4. Calculer en tout point la densité de courant thermique $j_Q(x,t)$.
5. Pour t fixé, quelle est l'abscisse x_m à laquelle j_Q est maximale ? Comment x_m dépend-il du temps ?

Exercice 21 - Congélation d'un plat cuisiné : On s'intéresse à la congélation d'une barquette alimentaire de $30 \times 20 \times 4\,\mathrm{cm}$ remplie d'aliments, sortant du réfrigérateur, et dont les caractéristiques physiques sont connues. On considère pour simplifier que tous les transferts thermiques ont lieu dans la direction d'épaisseur $e = 4\,\mathrm{cm}$, en négligeant les effets de bord. Lors de la congélation d'une barquette de soupe, on considère qu'à la date t, le front de congélation se trouve à la température de fusion $T_f = 0\,°\mathrm{C}$ et qu'une épaisseur x_f a déjà congelé, comme l'illustre la figure ci-dessous.

Les aliments contiennent généralement 80% d'eau, et lors de la congélation, l'eau liquide (intracellulaire et extracellulaire) se concentre en soluté, devenant ainsi moins facilement congelable. On considère donc que 75% du contenu de la barquette est constitué d'eau congelable. Ci-contre, le front de congélation progresse de l'extérieur froid à $T_\mathrm{ext} = -18\,°\mathrm{C}$ jusqu'au cœur de la barquette.

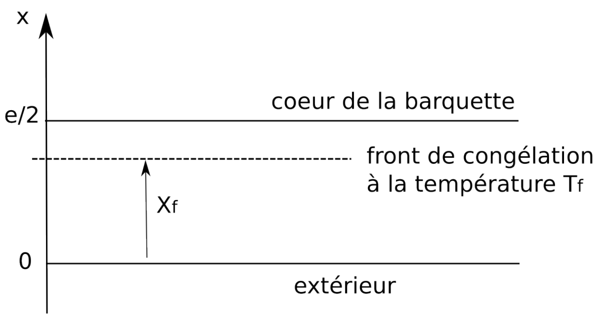


Fig. 3 – Front de congélation.

1. Comparer la chaleur latente massique L et la chaleur sensible massique q (liée à la chute de température) de la barquette refroidie de $5\,°\mathrm{C}$ à $0\,°\mathrm{C}$. Commenter.
2. Déterminer une expression donnant l'ordre de grandeur de la durée Δt de la diffusion thermique dans la partie congelée sur une épaisseur Δx. Quelle durée doit-on attendre afin de pouvoir considérer que, pour des évolutions assez lentes, le profil de température ne dépend pratiquement plus du temps. Préciser ce que l'on entend par « assez lentes ».
3. En régime quasi-stationnaire, exprimer la résistance thermique R_ext qui sépare le front de congélation de l'air froid extérieur, en tenant compte de la conduction dans la partie gelée, et de la conducto-convection à l'interface solide/air. En déduire l'expression de la densité de flux de chaleur j_ext dans la partie congelée, en fonction notamment sa conductivité thermique et du coefficient de Newton.

4. Pour estimer le temps nécessaire à la congélation, une première approche (modèle A) consiste à supposer que la barquette est brassée en permanence, et que son volume passe dans un premier temps de $T_1 = 5\,°\text{C}$ à $T_f = 0\,°\text{C}$, avant de voir le front de congélation migrer vers le cœur. Écrire le bilan enthalpique correspondant à chaque étape. Estimer alors la durée totale τ_A de congélation dans ce modèle, en froid statique, et en froid ventilé. Est-elle plus longue ou plus courte que la durée qui serait observée expérimentalement ?
5. Dans un autre modèle (noté B), on considère que toute tranche liquide se maintient à $T_1 = 5\,°\text{C}$ tant qu'elle n'est pas atteinte par le front de congélation. A son arrivée, la tranche de soupe considérée évacue alors simultanément les énergies L et q à travers la partie congelée. Estimer le temps τ_B nécessaire à la congélation de la barquette, en froid statique, et en froid ventilé. Discuter.
6. Dans un troisième modèle (noté C), on suppose qu'il existe un transfert conducto-convectif à l'interface entre la soupe liquide et le front de congélation, caractérisé par le coefficient de Newton h'. On isole alors la tranche d'épaisseur dx qui givre pendant une durée dt.
   (a) Faire un schéma de la situation ainsi modélisée. Écrire le bilan enthalpique de cette transformation, et montrer que le rapport $\frac{h'}{h}$ doit vérifier l'inégalité :
   $$\frac{h'}{h} < \frac{T_f - T_{\text{ext}}}{T_1 - T_f}$$
   (b) Sachant que pour un liquide en convection naturelle, on a généralement h' compris entre 50 et $10^3\,\text{W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$, quelle valeur doit-on choisir pour h' ? A titre d'exemple, pour $h' = 50\,\text{W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$ et $h = 20\,\text{W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$, la durée de congélation de ce modèle est $\tau_C = 182\,\text{h}$. Discuter.

<u>Données</u> :

- ▷ Masse volumique de la barquette : $\rho = 1500\,\text{kg}/\text{m}^3$
- ▷ Capacité thermique massique de la barquette non gelée : $c_{\text{p,ali}} = 3.50\,\text{kJ}/(\text{K}\cdot\text{kg})$
- ▷ Capacité thermique massique de la barquette gelée : $c_{\text{p,gel}} = 1.50\,\text{kJ}/(\text{K}\cdot\text{kg})$
- ▷ Chaleur latente massique de fusion de l'eau : $\mathcal{L}_{\text{fus}} = 334\,\text{kJ}/\text{kg}$
- ▷ Conductivité thermique de la barquette non gelée : $\lambda_{\text{ali}} = 0.6\,\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$
- ▷ Conductivité thermique de la barquette gelée : $\lambda_{\text{gel}} = 1.30\,\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$
- ▷ Conductivité thermique de l'air : $\lambda_{\text{air}} = 0.026\,\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$
- ▷ Coefficient de Newton en convection naturelle : $h_N = 5.0\,\text{W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$
- ▷ Coefficient de Newton en convection forcée : $h_F = 20\,\text{W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$

Exercice 22 - Conduction de la chaleur et création d'entropie : Un solide indilatable et de masse volumique μ a un distribution de température T non homogène.

L'existence d'un gradient de température dans ce solide entraîne une propagation de la chaleur par conduction. Pour étudier ce phénomène, on introduit un vecteur $\vec{j}_Q$, densité de flux thermique, dont le flux à travers une surface quelconque est égal à la quantité de chaleur traversant cette surface par unité de temps. On désigne par c la chaleur massique du solide étudié, c étant supposée uniforme et indépendante de la température.

1. En exprimant la conservation de l'énergie, montrer que
$$\text{div}\,\vec{j}_Q + \mu c\frac{\partial T}{\partial t} = 0\ .$$
2. Calculer d^2S, variation d'entropie de l'élément de volume dτ pendant l'intervalle de temps dt. On rappelle que l'entropie massique d'une phase condensée s'écrit $s = \mu c \ln T + K$ avec K une constante.
3. Intégrer l'expression précédente sur tout le volume du solide. On pourra utiliser la relation vectorielle
$$\frac{1}{T}\,\text{div}\,\vec{j}_Q = \text{div}\left(\frac{\vec{j}_Q}{T}\right) + \frac{1}{T^2}\vec{j}_Q\cdot\overrightarrow{\text{grad}}\ T\ .$$
4. En identifiant le résultat à
$$\text{d}S = \frac{\delta Q}{T_{\text{ext}}} + \delta S_c\ ,$$
donner l'expression l'entropie δS_c créée pendant l'intervalle de temps dt dans tout le solide. En déduire l'expression de l'entropie créée par unité de volume et par unité de temps s_c.
5. Que devient cette expression avec la loi de Fourier ?

Élements de réponse :

20 - 3. $\mathrm{d}U = \rho c S \theta \mathrm{d}x$, $U = \rho c S A$; 4. $j_Q = \lambda x \theta/(2ht)$; 5. $x_\mathrm{m} = \sqrt{2ht}$.

21 - 2. $\Delta t \simeq \frac{\rho\, c_{\mathrm{p,gel}} e^2}{\lambda_{\mathrm{gel}}} \simeq 45\,\mathrm{min}$; 3. $R_\mathrm{ext} = \frac{x_f}{\lambda_{\mathrm{gel}} S} + \frac{1}{hS}$; 4. 25 h30 min et 7 h ; 5. 25 h45 min et 7 h10 min.

22 - 2. $\mathrm{d}^2 S = \dfrac{\mu c}{T} \dfrac{\partial T}{\partial t} \mathrm{d}\tau \mathrm{d}t$; 4. $\delta S_c = -\iiint \dfrac{1}{T^2} \vec{j}_Q \cdot \overrightarrow{\mathrm{grad}}\ T \mathrm{d}\tau \mathrm{d}t$; 5. $s_c = \dfrac{\lambda}{T^2} \vec{j}_Q \cdot \overrightarrow{\mathrm{grad}}\ T$.