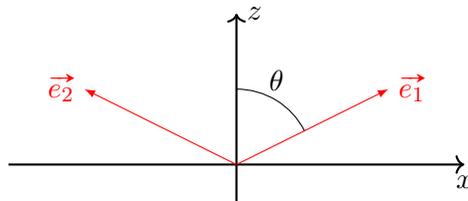


## Colle n° 17 : Electromagnétisme 8

**Exercice 1 - Étude de l'OPPM associée à un rayon laser :** On considère un faisceau laser de puissance moyenne  $\langle P \rangle = 1 \text{ mW}$  et de section  $s = 4 \text{ mm}^2$  modélisé par une onde électromagnétique monochromatique se propageant dans le vide dont le champ électrique est de la forme :  $\vec{E}(z, t) = E_0 \cos(k(z - ct) + \phi_0) \vec{e}_x$ .

1. Décrire précisément les différents termes intervenant dans cette écriture et leur signification physique. Décrire l'état de polarisation. Montrer en écrivant la relation de dispersion liant la norme du vecteur d'onde  $k$  à la pulsation  $\omega$ , que l'on peut écrire de façon équivalente  $\vec{E}(z, t) = E_0 \cos(kz - \omega t + \phi_0) \vec{e}_x$ .
2. Exprimer le champ magnétique attaché à cette onde.
3. Exprimer le vecteur de Poynting  $\vec{\Pi}$ . En déduire l'expression littérale de l'amplitude du champ électrique  $E_0$  en fonction de la puissance moyenne  $\langle P \rangle$  et de  $s$ , de la célérité de la lumière dans le vide et de  $\epsilon_0$ . Donner sa valeur numérique. On rappelle que  $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1}$ .

**Exercice 2 - Interférences :** On étudie l'onde résultant de la superposition dans le vide de deux ondes électromagnétiques planes de même pulsation  $\omega$ , de même amplitude  $E_m$ , polarisées rectilignement suivant  $(Oy)$ . Elles se propagent selon deux directions  $\vec{e}_1$  et  $\vec{e}_2$ , contenues dans le plan  $(Oxz)$  et faisant entre elles un angle  $2\theta$  :  $(\vec{e}_1, \vec{e}_2) = 2\theta$ . L'axe  $(Oz)$  est choisi tel que  $(\vec{e}_1, \vec{e}_z) = \theta$  :



1. Établir l'expression du champ électrique résultant. Quelle est sa vitesse de phase  $v_\phi$ ? L'onde est-elle plane?
2. Donner l'expression du champ magnétique  $\vec{B}$ .
3. Calculer la valeur moyenne du vecteur de Poynting  $\vec{\Pi}$  et en déduire la répartition de l'éclairement (donné par le carré de la norme du vecteur de Poynting) sur une surface perpendiculaire à  $\vec{\Pi}$ . Commenter.

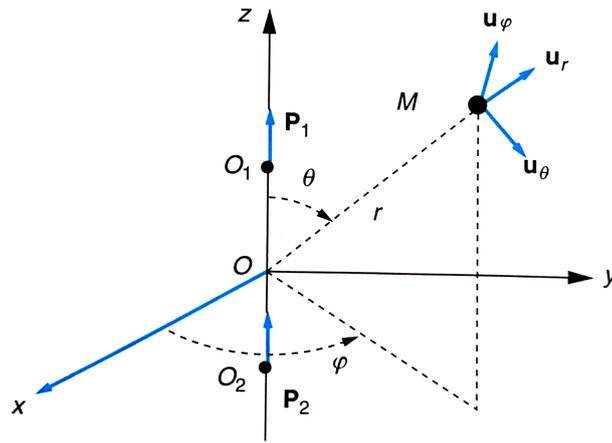
**Exercice 3 - Ondes dans un électrolyte :** Dans cet exercice, on cherche à modéliser l'impact d'une faible conductivité sur la propagation des ondes électromagnétiques. Cela impose notamment de rechercher une relation de dispersion dans un milieu matériel.

On s'intéresse à la propagation d'ondes électromagnétiques dans l'eau de mer, modélisée comme un électrolyte (solution contenant des ions responsables du transport du courant) de densité de charge  $\rho = 0$  (le milieu est donc localement neutre), de permittivité diélectrique relative  $\epsilon_r = 80$  et par sa conductivité  $\sigma \simeq 6 \text{ S/m}$  (on notera la faible conductivité, liée à la nature des porteurs de charge).

1. Écrire les équations de Maxwell dans le milieu étudié. On admet que la nature du milieu consiste à remplacer  $\epsilon_0$  par  $\epsilon_r \epsilon_0$ .
2. Déterminer l'équation de propagation du champ électrique.
3. Déterminer la relation de dispersion du milieu, et la commenter.
4. Quel est le domaine de fréquence à privilégier pour la communication sous-marine?

**Exercice 4 - Modèle élémentaire d'antenne :** Deux dipôles oscillants de moments dipolaires  $\mathbf{p}_1 = p_0 \cos(\omega t - \omega a/c) \mathbf{u}_z$  et  $\mathbf{p}_2 = p_0 \cos(\omega t + \omega a/c) \mathbf{u}_z$  sont placés aux points  $O_1$  et  $O_2$  de l'axe  $Oz$  de cotes respectives  $z_1 = a$  et  $z_2 = -a$ . En un point  $M$  éloigné, on peut considérer que les champs ont été émis par  $O$  pour exprimer tous les facteurs géométriques  $r_1/c = O_1M/c$  et  $r_2/c = O_2M/c$ . Ces deux dipôles rayonnent alors un champ électrique de la forme :

$$\mathbf{E} = (\ddot{p}_1(t - r_1/c) + \ddot{p}_2(t - r_2/c)) \frac{\mu_0 \sin \theta}{4\pi r} \mathbf{u}_\theta .$$



1. Exprimer  $r_1$  et  $r_2$  en fonction de  $r$ ,  $a$  et  $\theta$  en limitant les calculs à l'ordre 1 en l'infiniment petit  $a/r$ .
2. En admettant qu'à grande distance, l'onde est localement plane de direction de propagation  $\mathbf{u}_r$ , en déduire l'expression du champ magnétique  $\mathbf{B}$ .
3. En déduire l'expression de la norme du vecteur de Poynting.
4. Dans le cas d'une antenne demi-onde, c'est-à-dire telle que  $2\omega a/c = \pi$ , on a tracé ci-dessous l'indicatrice de rayonnement en portant dans chaque direction  $\mathbf{u}_r$  du plan une longueur proportionnelle à la moyenne de la norme du vecteur de Poynting à  $r$  fixé. Commenter l'allure de cette indicatrice. Dans quelle direction la puissance moyenne rayonnée est nulle ? Interpréter sans calculs.

