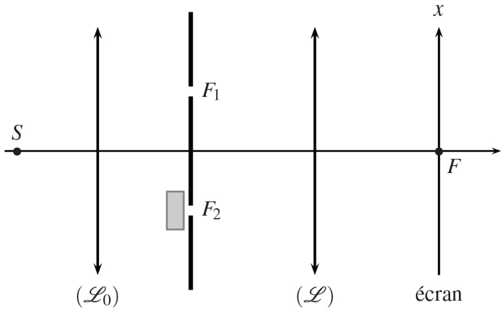
Colle n^o 7 : Optique 2

Exercice 1 - France achromatique : On considère le dispositif des fentes d'Young en lumière monochromatique avec observation dans le plan focal image d'une lentille $\mathcal{L}$, la source étant placée au foyer objet d'une lentille $\mathcal{L}_0$.



1. Décrire la figure d'interférence observée ainsi que la répartition de l'intensité $I(x)$ sur l'écran. Calculer l'interfrange pour $F_1F_2 = a = 1\,\text{mm}$, $\lambda_0 = 600\,\text{nm}$ et $f' = 50\,\text{cm}$.
2. Une lame de verre d'épaisseur e, d'indice n, est placée devant F_1 (voir figure). Déterminer la nouvelle position de la frange centrale. De combien d'interfranges s'est-elle déplacée ? Faire l'application numérique pour $n = 1.50$ et $e = 0.01\,\text{mm}$.

On remplace désormais la source monochromatique par une source de lumière blanche. L'indice du verre varie avec la longueur d'onde dans le vide selon la loi de Cauchy

$$n(\lambda) = A + \frac{B}{\lambda^2} \qquad \text{où} \qquad A = 1.489 \qquad \text{et} \qquad B = 0.004\,\mu\text{m}^2 \,.$$

On appelle frange achromatique celle pour laquelle $\dfrac{\partial \Delta\varphi}{\delta\lambda}(\lambda_0) = 0$ pour $\lambda_0 = 600\,\text{nm}$, longueur d'onde moyenne du spectre visible.

3. Déterminer la position de la frange achromatique. Donner, en interfrange, l'écart entre la frange achromatique et la frange centrale trouvée à la question précédente

Pour mesurer l'épaisseur e d'une lame à faces parallèles d'indice n, on mesure l'écart entre les positions, sur l'écran, de l'unique frange blanche (qui est aussi la mieux contrastée) avant et après l'introduction de la lame.

4. Quelle erreur relative commet-on sur la mesure de e si on considère $n = 1.500$ indépendamment de la longueur d'onde ?
5. Dans cette question, on néglige la dispersion ($B = 0$). Sachant que le dispositif des fentes d'Young permet d'obtenir des différences de marches géométriques allant de 0 à $10\,\mu\text{m}$, quelle est la valeur maximale de e qui peut être mesurée par cette méthode ? Qu'observe-t-on si on prnd une lame ayant $1\,\text{mm}$ d'épaisseur ? On rappelle que la longueur de cohérence de la lumière blanche peut être estimée en pratique à environ $3\,\mu\text{m}$.

Exercice 2 - Épaisseur des anneaux en lame d'air : Un interféromètre de Michelson est constitué par une lame semi-réfléchissante, non absorbante, appelée séparatrice (S_p), dont les facteurs de transmission et de réflexion valent 1/2, et 2 miroirs plants (M_1) et (M_2) perpendiculaires l'un à l'autre. La lame (S_p) est inclinée de 45° par rapport aux normales des miroirs. L'interféromètre est plongé dans l'air dont on prendra l'indice de réfraction égal à 1.

La source S est ponctuelle et monochromatique de longueur d'onde λ. Par construction, l'écart entre les deux miroirs équivalents parallèles est de ℓ. On observe le phénomène d'interférences dans le plan focal P d'une lentille mince convergente de distance focale f'.

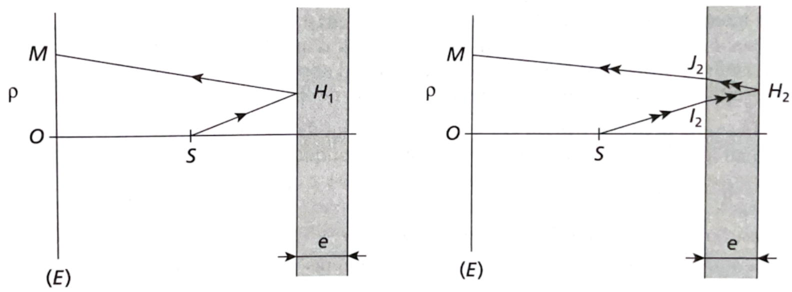
1. Montrer que les franges d'interférences obtenues dans P sont des anneaux. En supposant l'ordre d'interférence p_0 entier au centre ($i = 0$), calculer les rayons des anneaux brillants.
2. Calculer la demi-largeur des anneaux, définie en distant que si, dans la direction du maximum de lumière l'intensité est I_M, on trouve à demi-largeur l'intensité $I_M/2$.

Exercice 3 - Frange d'ordre zéro et frange achromatique : On étudie un interféromètre de Michelson. Le miroir M_2 est fixe, le miroir M_1 peut être déplacé parallèlement à lui-même grâce à un chariot sur lequel il est monté. La position du chariot est repérée par son abscisse x. On compte positivement une augmentation du chemin optique du rayon arrivant sur le miroir M_1.

Initialement, l'interféromètre est réglé de façon à faire apparaître dans le champ quelques franges rectilignes. La frange brillante d'ordre zéro est au centre du champ pour $x = x_0$.

1. Préciser le type de franges que l'on observe. Où sont-elles localisées ? Peut-on les projeter ? Comment peut-on s'assurer que la frange située au centre de l'écran est bien la frange brillante d'ordre zéro ?
2. On introduit devant M_2 et parallèlement à celui-ci une lame de mica à faces parallèles d'indice $n(\lambda_0)$ (on considère que la dispersion du verre) et d'épaisseur e et on opère ici en lumière monochromatique de longueur d'onde λ_0. Quelle est, pour une position x du chariot et une longueur d'onde donnée la différence de marche δ au centre du champ ? On donnera le résultat en fonction de x, x_0, n et e.
3. Quelle est la valeur x_1 de x pour laquelle l'ordre d'interférence est nul au centre du champ ? On donnera le résultat en fonction de x_0, n et e.
4. On reprend le montage précédent en lumière blanche.
   (a) Quelles sont les abscisses correspondant, pour une longueur d'onde λ donnée, à une frange brillante au centre de l'écran ? On notera m l'ordre d'interférence correspondant.
   (b) On suppose que pour la lame en question, $\mathrm{d}n/\mathrm{d}\lambda$ est constant et connu. Montrer qu'il existe une valeur particulière x_2 de x correspondant à une frange brillante au centre de l'écran de même ordre m_0 pour toutes les longueurs d'ondes. Cette frange est appelée frange achromatique.

Exercice 4 - Lame de Pöhl : Une lame à face parallèle en verre, d'épaisseur e et d'indice n, est éclairée par une source ponctuelle S située à une distance $d \gg e$ de celle-ci. Un écran plan, située à la distance D de la lame à faces parallèles est éclairé par la lumière réfléchie sur la face antérieure et aussi par la lumière réfléchie sur la face postérieure de la lame. Un même point M de l'écran, situé à la distance $\rho \ll D$ du centre O reçoit donc deux rayons notés SH_1M et $SI_2H_2J_2M$ sur les figures suivantes. La source S émet une lumière de largeur spectrale négligeable et de longueur d'onde dans le vide λ_0. La lame à face parallèles, ainsi utilisée, constitue un interféromètre.



1. Montrer que la différence de marche vaut

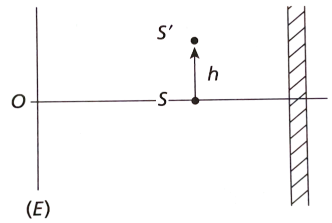
$$\delta = (SI_2H_2J_2M) - (SH_1M) \approx 2ne - \frac{e}{n}\frac{\rho^2}{(D+d)^2} \ .$$

   Décrire qualitativement la figure d'interférence observée.

On appelle p_0 l'ordre d'interférence au point O de l'écran, correspondant à $\rho = 0$ et on suppose que cet ordre est entier. Soit p l'ordre d'interférence en un point M quelconque ; on pose $p = p_0 - m$. On admet qu'il est nécessaire de rajouter $\lambda_0/2$ à la différence de marche pour tenir compte de la réflexion d'un milieu moins réfringent sur un milieu plus réfringent.

2. Donner l'expression du rayon ρ_m de l'anneau sombre m compté à partir du centre de l'écran. Mettre ρ_m sous la forme $\rho_m = \rho_1\sqrt{m}$.
3. On prend $e = 20\,\mu\text{m}$, $d = 20\,\text{cm}$, $D = 80\,\text{cm}$, $\lambda_0 = 580\,\text{nm}$ et $n = 1.5$. Calculer ρ_i pour i allant de 1 à 6.

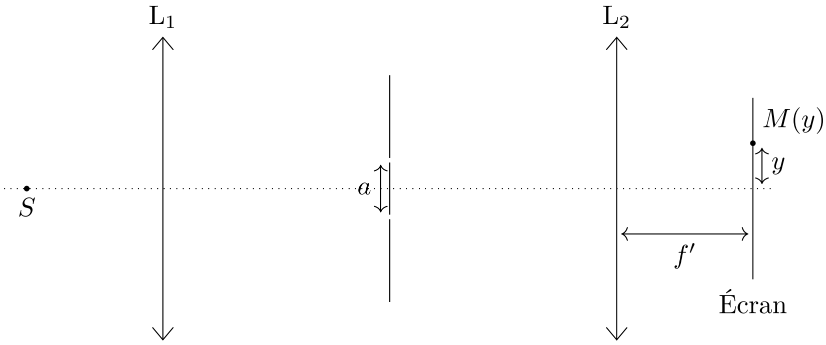
On déplace la source S d'une distance h parallèlement au plan de la lame (cf figure ci-dessous).



4. Comment le système de franges dans le plan de l'écran (E) est-il modifié ? Quelle valeur maximale peut-on donner à l'étendue d'une source large remplaçant S pour que les cinq premiers anneaux soient encore visibles ?

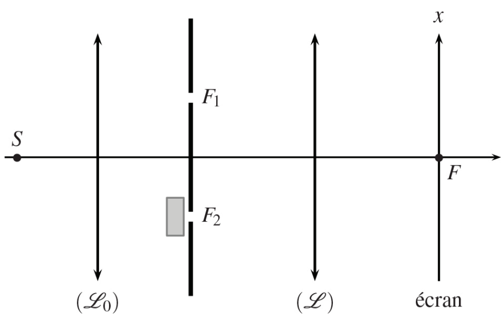
Colle n° 7 : Optique 2

Exercice 5 - Fentes d'Young avec double lentilles : On considère une source de lumière ponctuelle et monochromatique placée au foyer objet d'une lentille convergente (L_1). Elle éclaire deux fentes de Young distantes de a. On observe les interférences en un point M (ordonnée y) d'un écran situé au foyer image d'une seconde lentille convergente (L_2) de focale f'.



1. Exprimer l'éclairement sur l'écran en un point M. Quelle est la figure d'interférence ? Quel est l'interfrange ?
2. On décale la source ponctuelle d'une distance d selon la verticale (elle est toujours dans le plan focal objet de (L_1)). Que se passe-t-il ?
3. Qu'observe-t-on si on introduit avant une des fentes un matériau transparent d'épaisseur e et d'indice n ? Est-on capable de remonter à la valeur de e ou n ? Si oui, comment ?

Exercice 6 - France achromatique : On considère le dispositif des fentes d'Young en lumière monochromatique avec observation dans le plan focal image d'une lentille $\mathcal{L}$, la source étant placée au foyer objet d'une lentille $\mathcal{L}_0$.



1. Décrire la figure d'interférence observée ainsi que la répartition de l'intensité $I(x)$ sur l'écran. Calculer l'interfrange pour $F_1F_2 = a = 1\,\text{mm}$, $\lambda_0 = 600\,\text{nm}$ et $f' = 50\,\text{cm}$.
2. Une lame de verre d'épaisseur e, d'indice n, est placée devant F_1 (voir figure). Déterminer la nouvelle position de la frange centrale. De combien d'interfranges s'est-elle déplacée ? Faire l'application numérique pour $n = 1.50$ et $e = 0.01\,\text{mm}$.

On remplace désormais la source monochromatique par une source de lumière blanche. L'indice du verre varie avec la longueur d'onde dans le vide selon la loi de Cauchy

$$n(\lambda) = A + \frac{B}{\lambda^2} \qquad \text{où} \qquad A = 1.489 \qquad \text{et} \qquad B = 0.004\,\mu\text{m}^2\ .$$

On appelle frange achromatique celle pour laquelle $\dfrac{\partial\Delta\varphi}{\delta\lambda}(\lambda_0) = 0$ pour $\lambda_0 = 600\,\text{nm}$, longueur d'onde moyenne du spectre visible.

3. Déterminer la position de la frange achromatique. Donner, en interfrange, l'écart entre la frange achromatique et la frange centrale trouvée à la question précédente

Pour mesurer l'épaisseur e d'une lame à faces parallèles d'indice n, on mesure l'écart entre les positions, sur l'écran, de l'unique frange blanche (qui est aussi la mieux contrastée) avant et après l'introduction de la lame.

4. Quelle erreur relative commet-on sur la mesure de e si on considère $n = 1.500$ indépendamment de la longueur d'onde ?

5. Dans cette question, on néglige la dispersion ($B = 0$). Sachant que le dispositif des fentes d'Young permet d'obtenir des différences de marches géométriques allant de 0 à 10 µm, quelle est la valeur maximale de e qui peut être mesurée par cette méthode ? Qu'observe-t-on si on prnd une lame ayant 1 mm d'épaisseur ? On rappelle que la longueur de cohérence de la lumière blanche peut être estimée en pratique à environ 3 µm.

Exercice 7 - Épaisseur des anneaux en lame d'air : Un interféromètre de Michelson est constitué par une lame semi-réfléchissante, non absorbante, appelée séparatrice (S_p), dont les facteurs de transmission et de réflexion valent 1/2, et 2 miroirs plants (M_1) et (M_2) perpendiculaires l'un à l'autre. La lame (S_p) est inclinée de 45° par rapport aux normales des miroirs. L'interféromètre est plongé dans l'air dont on prendra l'indice de réfraction égal à 1.

La source S est ponctuelle et monochromatique de longueur d'onde λ. Par construction, l'écart entre les deux miroirs équivalents parallèles est de ℓ. On observe le phénomène d'interférences dans le plan focal P d'une lentille mince convergente de distance focale f'.

1. Montrer que les franges d'interférences obtenues dans P sont des anneaux. En supposant l'ordre d'interférence p_0 entier au centre ($i = 0$), calculer les rayons des anneaux brillants.
2. Calculer la demi-largeur des anneaux, définie en distant que si, dans la direction du maximum de lumière l'intensité est I_M, on trouve à demi-largeur l'intensité $I_M/2$.

Exercice 8 - Frange d'ordre zéro et frange achromatique : On étudie un interféromètre de Michelson. Le miroir M_2 est fixe, le miroir M_1 peut être déplacé parallèlement à lui-même grâce à un chariot sur lequel il est monté. La position du chariot est repérée par son abscisse x. On compte positivement une augmentation du chemin optique du rayon arrivant sur le miroir M_1.

Initialement, l'interféromètre est réglé de façon à faire apparaître dans le champ quelques franges rectilignes. La frange brillante d'ordre zéro est au centre du champ pour $x = x_0$.

1. Préciser le type de franges que l'on observe. Où sont-elles localisées ? Peut-on les projeter ? Comment peut-on s'assurer que la frange située au centre de l'écran est bien la frange brillante d'ordre zéro ?
2. On introduit devant M_2 et parallèlement à celui-ci une lame de mica à faces parallèles d'indice $n(\lambda_0)$ (on considère que la dispersion du verre) et d'épaisseur e et on opère ici en lumière monochromatique de longueur d'onde λ_0. Quelle est, pour une position x du chariot et une longueur d'onde donnée la différence de marche δ au centre du champ ? On donnera le résultat en fonction de x, x_0, n et e.
3. Quelle est la valeur x_1 de x pour laquelle l'ordre d'interférence est nul au centre du champ ? On donnera le résultat en fonction de x_0, n et e.
4. On reprend le montage précédent en lumière blanche.
   (a) Quelles sont les abscisses correspondant, pour une longueur d'onde λ donnée, à une frange brillante au centre de l'écran ? On notera m l'ordre d'interférence correspondant.
   (b) On suppose que pour la lame en question, $\mathrm{d}n/\mathrm{d}\lambda$ est constant et connu. Montrer qu'il existe une valeur particulière x_2 de x correspondant à une frange brillante au centre de l'écran de même ordre m_0 pour toutes les longueurs d'ondes. Cette frange est appelée frange achromatique.