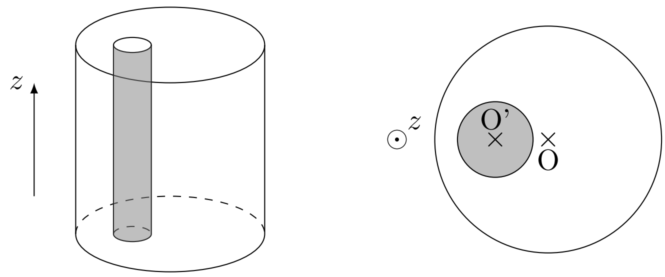
Colle n° 7 : Électromagnétisme 5 - Mécanique 1

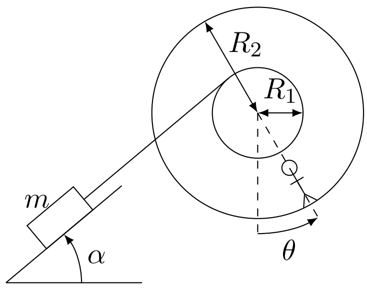
Exercice 1 - Câble coaxial : Un fil coaxial est constitué d'un conducteur plein de rayon r_1 traversé par un courant I, d'une couche isolante entre r_1 et r_2, et d'un conducteur entre r_2 et r_3 permettant le retour du courant. On suppose le câble infini.
1. Déterminer la densité de courant en tout point du câble coaxial.
2. Donner les symétries et invariances du champ magnétique.
3. Calculer l'intensité du champ en fonction du rayon.

Exercice 2 - Cavité dans un câble cylindrique : On considère un câble cylindrique de rayon R parcouru par une densité de courant $\vec{j}$ uniforme et parallèle à l'axe du cylindre. Le fil comporte une cavité cylindrique de rayon $a < R$, entièrement située dans le câble et excentrée par rapport à son axe.



1. Calculer le champ magnétique dans tout l'espace par le câble sans cavité.
2. À l'aide du théorème de superposition, calculer le champ magnétique dans la cavité du câble.

Exercice 3 - Cage d'écureuil : On considère le système de levage représenté ci-dessous. Pour tracter la masse m à une vitesse v, des hommes se déplacent dans la cage d'écureuil, à un angle θ par rapport à la verticale, pour exercer un bras de levier avec leur propre poids.

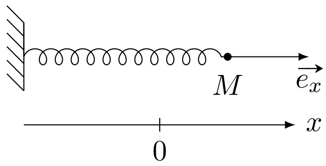


1. Dans un premier temps, on considère que les hommes se déplacent d'un angle $\theta_{\max}$ correspondant à la limite du glissement.
   (a) Déterminer l'angle $\theta_{\max}$ correspondant à la limite du glissement.
   (b) Établir l'expression de la force $\overrightarrow{T_F}$ exercée par la corde sur la masse m.
   (c) Quel est alors le nombre d'hommes k minimal permettant de faire monter la pierre ?
2. On tient maintenant compte de la puissance musculaire $\mathcal{P}$ d'un homme et on considère que la position angulaire θ des hommes dans la cage vérifie $\theta < \theta_{\max}$. Que devient le nombre k minimal de personnes nécessaires pour tirer la masse à la vitesse constante v en fonction de $\mathcal{P}$?

   Données :

   - $R_1 = 40\,\mathrm{cm}$; $R_1 = 2\,\mathrm{m}$; $m = 500\,\mathrm{kg}$; $\alpha = 40°$,
   - Coefficient de frottement pierre-sol et homme-roue $\mu = 0,9$,
   - Masse d'un homme : $m_H = 70\,\mathrm{kg}$,

Exercice 4 - Oscillateur avec frottements solides : On considère un oscillateur masse-ressort horizontal avec un frottement solide de coefficient $f_s = f_d = f$. Le ressort est de raideur k et l'origine $x = 0$ correspond à sa longueur à vide. La masse M est abandonnée sans vitesse initiale à l'abscisse x_0 vérifiant $kx_0 > fmg$.

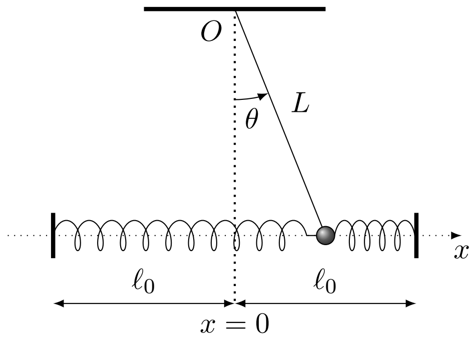


1. Déterminer l'équation du mouvement jusqu'au premier point de vitesse nulle puis la résoudre.
2. Calculer successivement les élongations maximales du ressort.
3. Indiquer la condition pour que la masse s'arrête définitivement après le $n^{\text{ième}}$ arrêt.
4. Tracer x en fonction de t.

Exercice 5 - Pendule simple couplé à des ressorts : On considère le dispositif suivant. Les deux ressorts sont identiques (raideur k et longueur à vide ℓ_0) et on écarte légèrement la masse M supposée ponctuelle de sa position d'équilibre.

En supposant $|\theta| \ll 1$ rad, on peut considérer que le mouvement est pratiquement horizontal.

1. Montrer que dans ce cas, on a $x \approx L\theta$ et $v \approx L\dot{\theta}$.
2. En appliquant le théorème du moment cinétique, déterminer une équation différentielle sur θ.
3. En déduire la période des oscillations.



Exercice 6 - Transfert d'orbite : On considère un satellite artificiel de masse m assimilé à un point matériel M en mouvement sur une orbite circulaire de rayon r_1 autour du centre O de la Terre.

Données : $m = 800\,\text{kg}$; $r_1 = 6900\,\text{km}$; $\mathcal{G} \approx 6.67 \times 10^{-11}\,\text{m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$; $M_\text{T} = 6 \times 10^{24}\,\text{kg}$

1. Déterminer la vitesse v_1 du satellite sur son orbite, puis son énergie mécanique $\mathcal{E}_{\text{m},1}$ et enfin sa période de révolution T.
2. On veut transférer ce satellite de masse m initialement sur l'orbite circulaire basse de rayon r_1 (autour de la Terre de masse M_T) à une orbite circulaire haute de rayon : $r_2 = (6400 + 36000)$ km. Pour cela on utilise une ellipse de transfert (de A à B) dite ellipse de Hohmann dont la Terre est un foyer.
   (a) Exprimer l'énergie mécanique sur l'orbite de transfert $\mathcal{E}_{\text{m},3}$. On rappelle que l'énergie mécanique d'une trajectoire elliptique vaut $-\mathcal{G}mM/(2a)$ avec a le demi-grand axe de l'ellipse.
   (b) Que faut-il faire en A pour que le satellite passe sur l'ellipse de Hohmann. Exprimer Δv_A nécessaire à ce transfert.
   (c) Que faut-il faire en B pour rejoindre l'orbite circulaire haute ? Exprimer Δv_B.
   (d) Exprimer et calculer la durée du transfert (entre A et B).