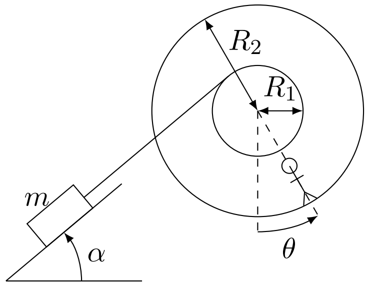
Colle n° 8 : Électromagnétisme 6 - Mécanique 2

Exercice 1 - Cage d'écureuil : On considère le système de levage représenté ci-dessous. Pour tracter la masse m à une vitesse v, des hommes se déplacent dans la cage d'écureuil, à un angle θ par rapport à la verticale, pour exercer un bras de levier avec leur propre poids.

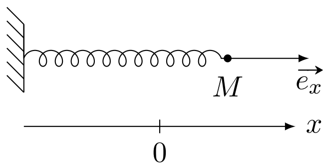


1. Dans un premier temps, on considère que les hommes se déplacent d'un angle θ_{max} correspondant à la limite du glissement.
   (a) Déterminer l'angle θ_{max} correspondant à la limite du glissement.
   (b) Établir l'expression de la force $\overrightarrow{T_F}$ exercée par la corde sur la masse m.
   (c) Quel est alors le nombre d'hommes k minimal permettant de faire monter la pierre ?
2. On tient maintenant compte de la puissance musculaire $\mathcal{P}$ d'un homme et on considère que la position angulaire θ des hommes dans la cage vérifie $\theta < \theta_{\text{max}}$. Que devient le nombre k minimal de personnes nécessaires pour tirer la masse à la vitesse constante v en fonction de $\mathcal{P}$?

   Données :

   - $R_1 = 40\,\text{cm}$; $R_1 = 2\,\text{m}$; $m = 500\,\text{kg}$; $\alpha = 40°$,
   - Coefficient de frottement pierre-sol et homme-roue $\mu = 0,9$,
   - Masse d'un homme : $m_H = 70\,\text{kg}$,

Exercice 2 - Oscillateur avec frottements solides : On considère un oscillateur masse-ressort horizontal avec un frottement solide de coefficient $f_s = f_d = f$. Le ressort est de raideur k et l'origine $x = 0$ correspond à sa longueur à vide. La masse M est abandonnée sans vitesse initiale à l'abscisse x_0 vérifiant $kx_0 > fmg$.

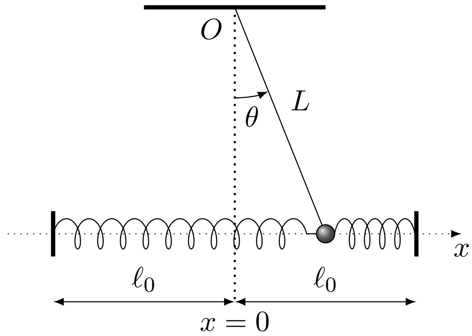


1. Déterminer l'équation du mouvement jusqu'au premier point de vitesse nulle puis la résoudre.
2. Calculer successivement les élongations maximales du ressort.
3. Indiquer la condition pour que la masse s'arrête définitivement après le n$^{\text{ième}}$ arrêt.
4. Tracer x en fonction de t.

Exercice 3 - Pendule simple couplé à des ressorts : On considère le dispositif suivant. Les deux ressorts sont identiques (raideur k et longueur à vide ℓ_0) et on écarte légèrement la masse M supposée ponctuelle de sa position d'équilibre.

En supposant $|\theta| \ll 1$ rad, on peut considérer que le mouvement est pratiquement horizontal.

1. Montrer que dans ce cas, on a $x \approx L\theta$ et $v \approx L\dot{\theta}$.
2. En appliquant le théorème du moment cinétique, déterminer une équation différentielle sur θ.
3. En déduire la période des oscillations.



Exercice 4 - Transfert d'orbite : On considère un satellite artificiel de masse m assimilé à un point matériel M en mouvement sur une orbite circulaire de rayon r_1 autour du centre O de la Terre.

Données : $m = 800\,\mathrm{kg}$; $r_1 = 6900\,\mathrm{km}$; $\mathcal{G} \approx 6.67 \times 10^{-11}\,\mathrm{m}^3 \cdot \mathrm{kg}^{-1} \cdot \mathrm{s}^{-2}$; $M_\mathrm{T} = 6 \times 10^{24}\,\mathrm{kg}$

1. Déterminer la vitesse v_1 du satellite sur son orbite, puis son énergie mécanique $\mathcal{E}_{\mathrm{m},1}$ et enfin sa période de révolution T.
2. On veut transférer ce satellite de masse m initialement sur l'orbite circulaire basse de rayon r_1 (autour de la Terre de masse M_T) à une orbite circulaire haute de rayon : $r_2 = (6400 + 36000)$ km. Pour cela on utilise une ellipse de transfert (de A à B) dite ellipse de Hohmann dont la Terre est un foyer.
   (a) Exprimer l'énergie mécanique sur l'orbite de transfert $\mathcal{E}_{\mathrm{m},3}$. On rappelle que l'énergie mécanique d'une trajectoire elliptique vaut $-\mathcal{G}mM/(2a)$ avec a le demi-grand axe de l'ellipse.
   (b) Que faut-il faire en A pour que le satellite passe sur l'ellipse de Hohmann. Exprimer Δv_A nécessaire à ce transfert.
   (c) Que faut-il faire en B pour rejoindre l'orbite circulaire haute ? Exprimer Δv_B.
   (d) Exprimer et calculer la durée du transfert (entre A et B).

Exercice 5 - Prise en compte de la compressibilité de l'eau : L'eau liquide est en fait un peu compressible et sa masse volumique peut s'approximer en fonction de la pression (à température constante) sous la forme $\rho(P) = \rho_0(1 + \alpha(P - P_0))$ où ρ_0 et P_0 sont des constantes.

1. Quel est le signe de α ?
2. Donner l'expression de la pression en fonction de la profondeur sachant qu'à la surface $z = 0$, $P = P_0$.
3. Donner l'équivalent de cette solution pour de faibles profondeurs.

Exercice 6 - Fonte d'un glaçon : On place un glaçon dans un verre, qu'on remplit ensuite d'eau à ras bord.

1. En considérant le glaçon comme parallélépipédique, déterminer l'expression de la poussée d'Archimède exercée sur le glaçon en fonction de son V, de son volume immergé dans l'eau V_i, de la masse volumique de l'eau ρ_e et de la densité d_a de l'air.
2. Qu'advient-il du niveau d'eau lorsque le glaçon fond ? Le verre déborde-t-il ? Justifier.
3. Même question si on considère un glaçon d'eau dans un verre d'huile, puis dans un verre de miel liquide.

Données : Densité de l'huile : $d_h = 0.94$; Densité de la glace : $d_g = 0.91$; Densité du miel : $d_m = 1.4$.

Exercice 7 - Moment des forces de pression : On considère une paroi plane rigide d'épaisseur e, de longueur L de hauteur h posée sur le sol, retenant de l'eau jusqu'à son bord supérieur. On note ρ_e la masse volumique de l'eau, ρ_p la masse volumique de la paroi, et g l'accélération de la pesanteur.

1. Déterminer la résultante des forces de pression exercées sur la paroi.
2. On s'intéresse au basculement possible de la paroi autour de l'axe où elle est en contact avec le sol, côté air. Calculer le moment élémentaire subi par le barrage en chaque point puis en déduire le moment total en intégrant sur tout le barrage.
3. En déduire la hauteur du point d'application de la résultante de la force de pression sur la barrage.
4. Déterminer l'épaisseur minimale du mur pour qu'il ne bascule pas.