Optique 2

# Les trous d'Young

**Lycée Thiers - Physique-Chimie - MPI/MPI*- 2026-2027**

## Table des matières


**1 Les trous d'Young** **1**
1.1 Présentation du dispositif . . . . . 1
1.2 Expression de l'intensité lumineuse. . . . . 3
1.3 Le montage de Fraunhofer. . . . . 4
**2 Du dispositif-modèle au dispositif réel** **5**
2.1 La source de lumière réelle spectralement étendue : cohérence temporelle. . . . . 5
2.2 La source de lumière réelle spatialement étendue : cohérence spatiale . . . . . 11


## 1 Les trous d'Young

### 1.1 Présentation du dispositif

On considère un dispositif de trous de Young permettant d'observer des interférences lumineuses (figure 1). Ce dispositif est constitué de deux trous $T_1$ et $T_2$ percés dans un écran opaque de rayon $r =$, séparés d'une distance $a$. Dans l'expérience considérée ici, les trous sont éclairés par une onde lumineuse de longueur d'onde $\lambda$ émise par une source ponctuelle $S$ d'intensité $I_0$ située à une distance $d$ des trous sur l'axe optique, axe qui correspond à la bisectrice de $T_1T_2$ perpendiculaire à l'écran contenant les trous. L'indice optique de l'air est supposé égal à 1.

Lorsque la lumière incidente passe au travers d'un trou de petite dimension, un phénomène de diffraction a lieu. Le faisceau en sortie du trou présente alors un demi-angle d'ouverture $\theta$ tel que $\sin(\theta) \sim \dfrac{\lambda}{2r}$ (figure 1).

La faible valeur du rayon $r$ des trous $T_1$ et $T_2$ par rapport à $\lambda$ conduit à des faisceaux de grande ouverture (en pointillés sur la figure 1) en sortie des trous, permettant aux ondes de se superposer dans un volume de l'espace. La zone où se superposent les ondes passant pour l'une par $T_1$ et pour l'autre par $T_2$ est appelée **champ d'interférences**. Un écran est placé dans cette zone à une distance $D$ du plan des trous. On y observe des interférences qui se manifestent par une alternance de zones de forte intensité appelées **franges brillantes** et de zones de faible intensité appelées **franges sombres**.

Le point $O$ étant sur l'axe optique, les trajets des ondes passant par le trou $T_1$ et par le trou $T_2$ pour aller en $O$ sont identiques. Il s'ensuit que la différence de marche en $O$ est $\delta_O = 0$. Il y a alors interférence constructive en $O$ et donc observation d'une frange brillante.

Tout comme pour le réseau, les rayons suivants ont suivi des chemins distincts.

**Définition.** Les montages d'interférences à **division du front d'onde** consistent à, à partir d'une même source, considérer plusieurs rayons spatialement différents que l'on fait se rencontrer pour interférer.

De plus, on constate que, tant que l'on observe le champ d'interférence, on observera des interférences. Or ce champ est potentiellement infini en s'éloignant des trous. Les interférences sont donc observables théoriquement dans tout l'espace. On dit qu'elles sont **délocalisées**.

#### 1.1.1 Trous et fentes d'Young

Une photographie de la figure est représentée figure 2. Le **champ d'interférence** est, sur l'écran, imposé par la diffraction d'un trou. Il est donc circulaire.

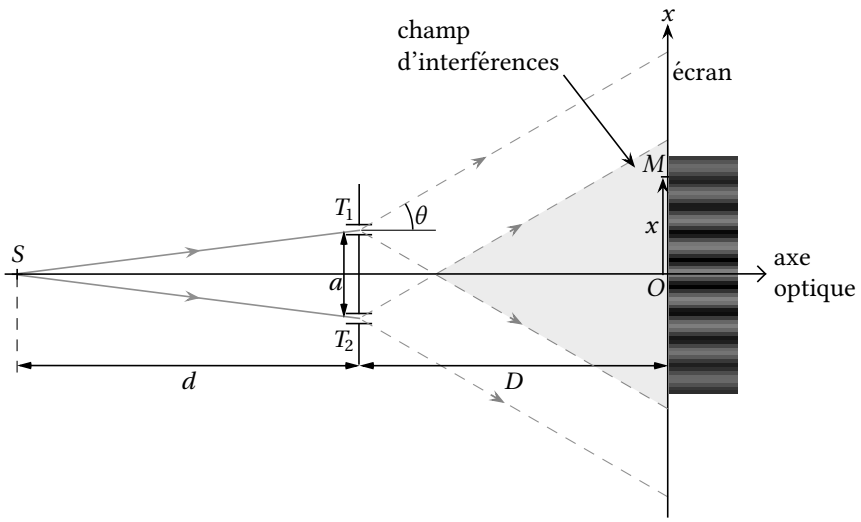


**Fig. 1** – Dispositif des trous de Young. Le profil d'intensité sur la droite de la figure représente l'observation sur l'écran. Les zones sombres sont de faible intensité et les zones claires sont de forte intensité.

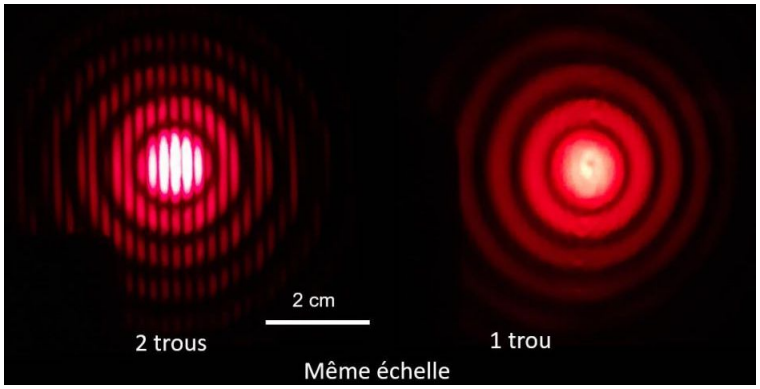


**Fig. 2** – Photographie de la figure de diffraction à un trou et de la figure d'interférence de trous d'Young séparés 200 µm pour une lumière monochromatique $\lambda = 633\,\text{nm}$. Avec deux trous, on constate qu'on a à nouveau la même figure de diffraction qu'à un trou dans laquelle on peut observer la figure d'interférence.

Plutôt que d'utiliser des trous, on peut utiliser des fentes d'Young. La présence de fentes brise la symétrie circulaire des trous et impose une invariance par translation dans la direction des fentes. La figure de diffraction en est modifiée comme représenté figure 3. Expérimentalement, les fentes d'Young sont plus simples à réaliser et à visualiser.

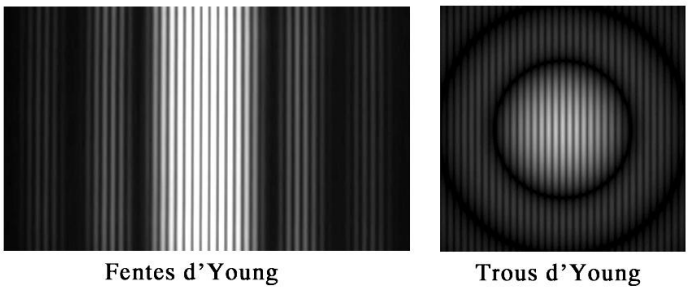


**Fig. 3** – Photographie en noir et blanc comparant la figure d'interférence des trous et des fentes d'Young. On constate la symétrie circulaire de la figure de diffraction des trous d'Young alors que les fentes imposent une symétrie de translation de la figure de diffraction.

## 1.2 Expression de l'intensité lumineuse

### 1.2.1 Différence de marche

Les rayons lumineux correspondent aux trajets suivis par les ondes se superposant en $M$. Après les trous, ils partent, pour l'un du trou $T_1$, et pour l'autre du trou $T_2$ et vont jusqu'au point $M$. Ces rayons sont tracés sur la figure 4.

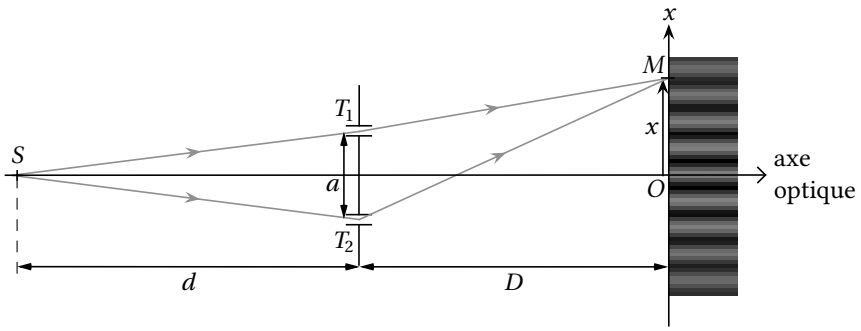


**Fig. 4** – Notations utilisées pour les calculs de la différence de marche.

La différence de marche s'écrit

$$\delta_M = (ST_2) + (T_2M) - (ST_1) - (T_1M) = ST_2 + T_2M - ST_1 - T_1M$$

car l'indice de l'air est supposé égal à 1, les chemins optiques se résument à la longueur des segments. La source $S$ se situant sur l'axe optique, c'est-à-dire à égale distance de $T_1$ et $T_2$, on a $ST_1 = ST_2$ et donc $\delta_M = T_2M - T_1M$. Par application du théorème de Pythagore, il vient :

$$T_2M = \sqrt{D^2 + \left(x + \frac{a}{2}\right)^2 + y^2} \qquad \text{et} \qquad T_1M = \sqrt{D^2 + \left(x - \frac{a}{2}\right)^2 + y^2}.$$

Ainsi :

$$\delta_M = \sqrt{D^2 + \left(x + \frac{a}{2}\right)^2 + y^2} - \sqrt{D^2 + \left(x - \frac{a}{2}\right)^2 + y^2}\ .$$

> ***Remarque :*** *On retrouve qu'au point $O$ d'abscisse $x = 0$, $\delta_O = 0$.*

> ***Remarque :*** *La distance $d$ n'intervient pas dans la différence de marche, ceci est une conséquence du fait que la source est sur l'axe optique et donc $(ST_1) = (ST_2)$. Lorsque la source est décalée de l'axe optique, une différence de marche apparaît en amont des trous qui vient se sommer à l'expression de $\delta_M$ déterminé ici.*

En factorisant $D$ dans l'expression de $\delta_M$, il vient

$$\delta_M = D\left(\sqrt{1 + \frac{(x + a/2)^2 + y^2}{D^2}} - \sqrt{1 + \frac{(x - a/2)^2 + y^2}{D^2}}\right)\ .$$

Dans l'approximation paraxiale, $\dfrac{y}{D}$, $\dfrac{x + a/2}{D} \ll 1$ et $\dfrac{x - a/2}{D} \ll 1$. En réalisant un développement limité, on obtient

$$\delta_M = \left(1 + \frac{(x + a/2)^2 + y^2}{2D}\right) - \left(1 + \frac{(x - a/2)^2 + y^2}{2D}\right) = \frac{ax}{D}\ .$$

On constate que la différence de marche est indépendante de $y$, ce qui implique une invariance par translation le long de l'axe médian des fentes de la figure d'interférence.

On peut retrouver cette différence de marche rapidement en écrivant

$$2ax = \left(x + \frac{a}{2}\right)^2 - \left(x - \frac{a}{2}\right)^2 = T_2M^2 - T_1M^2 = (T_2M - T_1M)(T_2M + T_1M) \approx 2\delta_M D\ .$$

**Propriété.** Dans l'approximation paraxiale où l'on suppose $a, x \ll D$, la différence de marche en un point $M$ de l'écran d'abscisse $x$ s'écrit :

$$\boxed{\delta_M = (ST_2M) - (ST_1M) = \frac{ax}{D}},$$

où $(ST_iM) = (ST_i) + (T_iM)$ représente le chemin optique pour aller de $S$ à $M$ en passant par le trou $T_i$.

### 1.2.2 Intensité et interfrange

Ls deux ondes se superposant en $M$ sont de même intensité $I_0$. L'application de la formule de Fresnel donne donc, pour les trous d'Young,

$$\boxed{I(x) = 2I_0\left(1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}\frac{ax}{D}\right)\right)}.$$

L'intensité évolue sinusoïdalement selon l'axe $Ox$ de l'écran, ce qui explique l'alternance de franges brillantes et sombres.

Les franges brillantes correspondent à un maximum d'intensité obtenu pour les abscisses $x_{b,n}$ telles que :

$$\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}\frac{ax_{b,n}}{D}\right) = 1 \qquad \Longleftrightarrow \qquad x_{b,n} = n\frac{\lambda D}{a} \text{ avec } n \in \mathbb{Z}$$

avec $n$ l'ordre d'interférence.

**Définition.** L'**interfrange** correspond à la distance entre deux franges brillantes successives. Il s'agit de la période spatiale du terme d'interférence

Dans ce cas, $i = x_{b,n+1} - x_{b,n}$, il vient alors $\boxed{i = \frac{\lambda D}{a}}$.

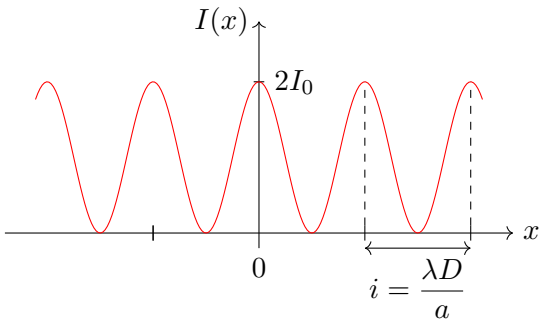


**Fig. 5** – Intensité lumineuse des trous d'Young mesurée sur l'écran dans le cas d'une source monochromatique ponctuelle située sur l'axe des trous dans l'approximation paraxiale et en négligeant la diffraction.

> ***Remarque :*** *Attention, on ne tient pas compte ici de la figure de diffraction qui module la figure d'interférences comme représenté figure 3.*

On constate que le contraste vaut ici 1 car l'intensité minimale est rigoureusement nulle.

## 1.3 Le montage de Fraunhofer

Le montage de Fraunhofer consiste à placer la source à l'infini et à observer les interférences à l'infini. Pour cela, on place la source au point focal objet d'une lentille convergente et on regarde les interférences sur le plan focal image d'une lentille convergente. On réalise donc le montage de la figure 6.

Par le théorème de Malus, les rayons arrivant en $T_1$ et $T_2$ sont en phases car le plan des trous leur est orthogonal aux deux, c'est donc un plan d'onde. Il n'est pas possible d'appliquer le théorème de Malus après les trous car il ne s'applique plus en cas de diffraction. Toutefois, en supposant que la source est placée en $M$, le plan orthogonal à la figure porté par la droite $T_1H$ est un plan d'onde pour cette source,

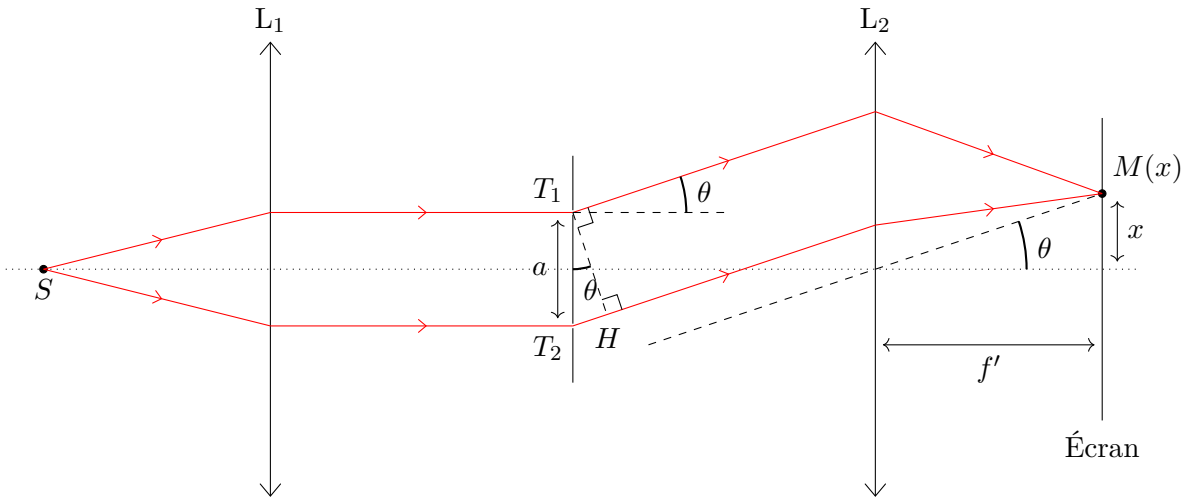


**Fig. 6** – Montage de Fraunhofer. La différence de marche entre les deux rayons est $(T_2H)$ et se justifie avec l'application du théorème de Malus et du principe de retour inverse de la lumière.

$(MT_1) = (MH)$. Par le principe du retour inverse de la lumière, on a $(HM) = (MH)$ et $(T_1M) = (MT_1)$, donc il vient $(T_1M) = (HM)$.

La différence de marche est ainsi

$$\delta_M = (SM)_2 - (SM)_1 = (ST_1) + (T_1M) - ((ST_2) + (T_2H) + (HM)) = (T_2H) = n\ T_2H\ .$$

Les rayons étant dans l'air, on a $n = 1$ et, géométriquement, $T_2H = a\sin\theta$. Cet angle $\theta$ est le même que celui du rayon passant par le centre optique de la lentille avec l'axe optique. Il vient donc $\tan\theta = \dfrac{x}{f'}$. Or on se place dans les conditions de Gauss, il vient donc $\sin\theta \approx \tan\theta \approx \theta$.

Au final, il vient

$$\boxed{\delta_M = a\sin\theta = \frac{ax}{f'}}\ .$$

On observe donc la même figure d'interférence que dans le cas où l'écran est placé à grande distance finie.

> ***Application 1 :*** *Comment est modifiée la différence de marche si l'on place une lame de verre d'indice $n$ et d'épaisseur $e$ juste devant un des trous ?*

## 2 Du dispositif-modèle au dispositif réel

Les modèles présentés précédemment ne prennent pas compte de l'étendue spectrale et spatiale de la source. Nous allons étudier ces deux aspects dans ce paragraphe.

Malheureusement, la diffraction n'étant pas au programme, nous n'étudierons par l'effet de celle-ci sur la figure d'interférence.

### 2.1 La source de lumière réelle spectralement étendue : cohérence temporelle

Dans ce paragraphe, nous considérons une source ponctuelle. On ne précise pas le dispositif interférentiel. Les résultats de ce paragraphe se généralisent à différents dispositifs.

#### 2.1.1 Doublet monochromatique

Considérons une source émettant deux longueurs d'ondes $\lambda_1$ et $\lambda_2$.

**Expression de l'intensité :** Les photons de chaque longueur d'onde sont par définitions incohérents car les deux sources monochromatiques ne sont pas de même fréquence. Ainsi, les intensités de chacune des longueurs d'ondes s'ajoutent.

Il vient donc, dans un milieu non dispersif où $\delta$ est indépendant de $\lambda$,

$$I(\delta) = I_1(\delta) + I_2(\delta) = 2I_{0,1}\left(1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_1}\delta\right)\right) + 2I_{0,2}\left(1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_2}\delta\right)\right) .$$

Pour simplifier les calculs, supposons que les intensités des deux ondes sont égales, soit $I_{0,1} = I_{0,2} = I_0$. On a alors

$$I(\delta) = 4I_0 + 2I_0\left(\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_1}\delta\right) + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_2}\delta\right)\right) .$$

En utilisant la formule de somme des cosinus $\cos a + \cos b = 2\cos\dfrac{a+b}{2}\cos\dfrac{a-b}{2}$, on trouve

$$I(x) = 4I_0\left(1 + \cos\left(\left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2}\right)\frac{2\pi\delta}{2}\right)\cos\left(\left(\frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2}\right)\frac{2\pi\delta}{2}\right)\right) .$$

Or, en supposant que $\lambda_1 = \lambda_\mathrm{m} - \Delta\lambda$ et $\lambda_2 = \lambda_\mathrm{m} + \Delta\lambda$, et que $\Delta\lambda$ est faible devant les longueurs d'ondes, on a alors

$$\frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2} \approx \frac{2}{\lambda_\mathrm{m}} \qquad \text{et} \qquad \frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2} \approx \frac{2\Delta\lambda}{\lambda_\mathrm{m}^2} .$$

On en déduit que l'intensité vaut

$$I(x) = 4I_0\left(1 + \cos\left(2\pi\frac{\Delta\lambda}{\lambda_\mathrm{m}^2}\delta\right)\cos\left(2\pi\frac{\delta}{\lambda_\mathrm{m}}\right)\right) .$$

Cette intensité est tracée figure 7. On observe donc des « battements » de l'intensité lumineuse. Les interférences sont modulées par une enveloppe composée d'un cosinus lentement variable.

Une telle figure est très compliquée, voire impossible à observer. En effet, il ne faut pas oublier que la figure d'interférence est en réalité modulée par la diffraction qui va, dans de nombreux cas, annuler l'intensité avant de voir l'effet des battements.

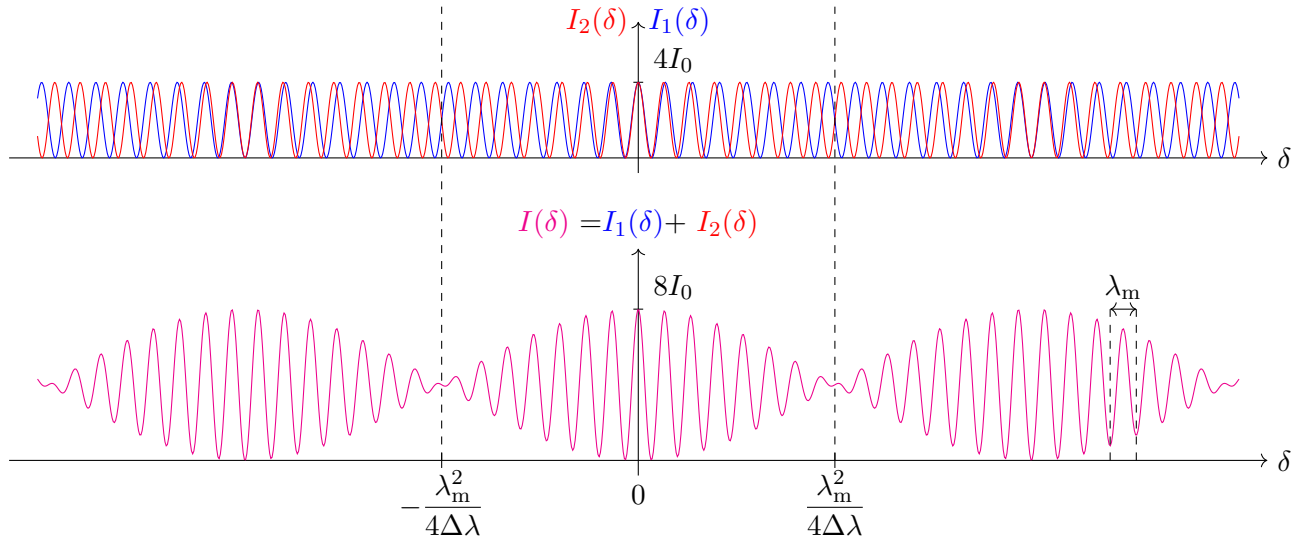


**Fig. 7** – Intensité lumineuse en fonction de la différence de marche dans le cas d'une source ponctuelle composée de deux longueurs d'ondes proches.

**Le facteur de contraste :** On rappelle que le contraste est, par définition, $C = \dfrac{I_\mathrm{max} - I_\mathrm{min}}{I_\mathrm{max} + I_\mathrm{min}}$. Cette relation s'étend à des extremas locaux dans une zone donnée. Ainsi, au voisinage d'un point donné, l'intensité maximale est celle de l'interférence constructive soit $\cos\left(2\pi\dfrac{\delta}{\lambda_\mathrm{m}}\right) = +1$ et donc

$$I_\mathrm{max,locale} = 4I_0\left(1 + \cos\left(2\pi\frac{\Delta\lambda}{\lambda_\mathrm{m}^2}\delta\right)\right)$$

tandis que l'intensité minimale est celle de l'interférence destructive soit $\cos\left(2\pi\frac{\delta}{\lambda_\mathrm{m}}\right) = -1$ et donc

$$I_{\mathrm{min,locale}} = 4I_0\left(1 - \cos\left(2\pi\frac{\Delta\lambda}{\lambda_\mathrm{m}^2}\delta\right)\right) .$$

On en déduit le facteur de contraste

$$C(x) = \cos\left(2\pi\frac{\Delta\lambda}{\lambda_\mathrm{m}^2}\delta\right) .$$

L'intensité lumineuse d'un doublet de sources monochromatiques ponctuelles superposée s'écrit donc

$$\boxed{I(x) = 4I_0\left(1 + C(x)\cos\left(2\pi\frac{\delta}{\lambda_\mathrm{m}}\right)\right)} .$$

On constate que lorsque le contraste est nul, on n'observe plus de franges d'interférences car les intensités minimales et maximales sont égales.

**Propriété.** On définit le **brouillage** des interférences comme étant le lieu où le contraste s'annule.

> ***Remarque :*** *Le contraste peut devenir négatif, on parle alors d'inversion du contraste : les franges brillantes deviennent sombres et inversement.*

**Critère de brouillage :** Revenons à la figure 7. On constate que le lieu du brouillage correspond à une interférences constructives de l'intensité d'une des longueurs d'ondes tandis que l'autre est en interférence destructive. La somme de des intensités annule les interférences.

D'un point de vue ordre d'interférence, cela signifie que l'ordre de la longueur d'onde une est entier tandis que celui de la longueur d'onde deux est demi-entier. Pour le premier brouillage, comme l'ordre 0 est situé en $\delta = 0$, cela signifie même exactement que les ordres sont séparés de $\pm 1/2$.

Ainsi, on a

$$\pm\frac{1}{2} = p_2 - p_1 = \frac{\delta}{\lambda_2} - \frac{\delta}{\lambda_1} \approx \delta\frac{2\Delta\lambda}{\lambda_\mathrm{m}^2} \qquad \Rightarrow \qquad \delta = \pm\frac{\lambda_\mathrm{m}^2}{4\Delta\lambda} .$$

On retrouve donc bien avec ce critère les deux annulations du contraste.

**Propriété.** L'emplacement du premier brouillage des interférences correspond à l'intensité d'une longueur d'onde en interférence constructive tandis que l'autre est en interférence destructive.
Pour le positionner, on utilise un critère semi-quantitatif portant sur les ordres d'interférences.
Soient $p_1$ et $p_2$ les ordres d'interférences des longueurs d'onde du doublet. Les lieux des premiers brouillages est donné par le critère $\boxed{\Delta p = \pm\frac{1}{2}}$.

### 2.1.2 Raie spectrale élargie

**Élargissement des raies :** En réalité, une source n'est jamais parfaitement monochromatique, chaque raie spectrale $\nu_0$ possède en fait une certaine « largeur », notée $\Delta\nu$. Un profil de raie est tracé figure 8. Physiquement, cet élargissement des raies spectrales est dû à plusieurs causes.

L'une d'elles est l'effet Doppler : la lumière est émise par des atomes en état d'agitation thermique et cette agitation agit sur la fréquence perçue par un observateur dans le référentiel « fixe » du laboratoire.

Un autre effet fondamental limite la finesse des raies : c'est la durée de vie finie des niveaux atomiques excités. En effet, par suite de cette durée de vie $\tau$, un état atomique excité à une certaine dispersion en énergie, caractérisée par la relation d'Heisenberg $\Delta\mathcal{E} = h/\tau$ avec $h$ la constante de Planck.

**Propriété.** Les raies d'émission spontanée ne sont donc pas infiniment fine, mais ont une certaine largeur $\Delta\nu$ reliée par la relation de Bohr

$$\boxed{\Delta\nu = \frac{\Delta\mathcal{E}}{h} = \frac{1}{\tau}} .$$

Dans le modèle des trains d'onde, ce temps $\tau$ correspond à la durée moyenne d'un train d'onde.

Signalons de plus que les collisions que subit l'état excité de l'atome en modifie aléatoirement l'énergie. Ce phénomène élargit aussi la raie spectrale.

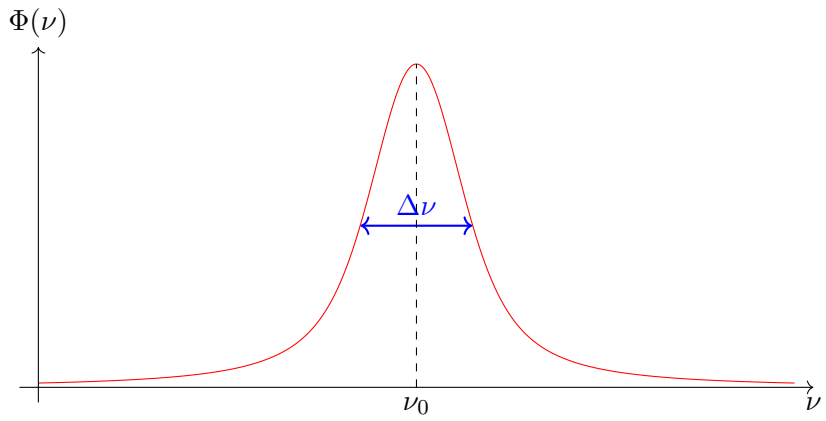


**Fig. 8** – Allure d'un profil spectral de raie. Ce profil est appelé profil de Voight.

**Calcul de l'intensité :** Considérons une bande de fréquence infinitésimale $\mathrm{d}\nu$, elle émet une énergie proportionnelle à $\Phi(\nu)\mathrm{d}\nu$, la densité spectrale normalisée élémentaire de la raie autour de la fréquence $\nu$. L'intensité émise par cette bande de fréquence est par définition

$$\mathrm{d}I(x,\nu) = A\left(1+\cos\frac{2\pi\delta}{\lambda}\right)\Phi(\nu)\mathrm{d}\nu = A\left(1+\cos\left[\frac{2\pi\delta}{c}\nu\right]\right)\Phi(\nu)\mathrm{d}\nu$$

car $\nu = c/\lambda$ et $A$ une constante de proportionnalité.

Chaque bande de fréquence émet une onde incohérente avec ses voisines. L'intensité globale est donc la somme de toute les intensités élémentaires, soit l'intégrale

$$I(x) = \int_{\text{Tout le spectre}} \mathrm{d}I(x,\nu) = A\int_{\text{Tout le spectre}} \left(1+\cos\left[\frac{2\pi\delta}{c}\nu\right]\right)\Phi(\nu)\mathrm{d}\nu$$

avec $A = I_0/||\Phi||$, $I_0$ l'intensité maximale et $||\Phi||$ la norme de la fonction $\Phi$. On peut réaliser une intégration numérique de la fonction de la figure 8. Par exemple, une intensité en fonction de la différence de marche calculée numériquement [1] est représentée figure 9.

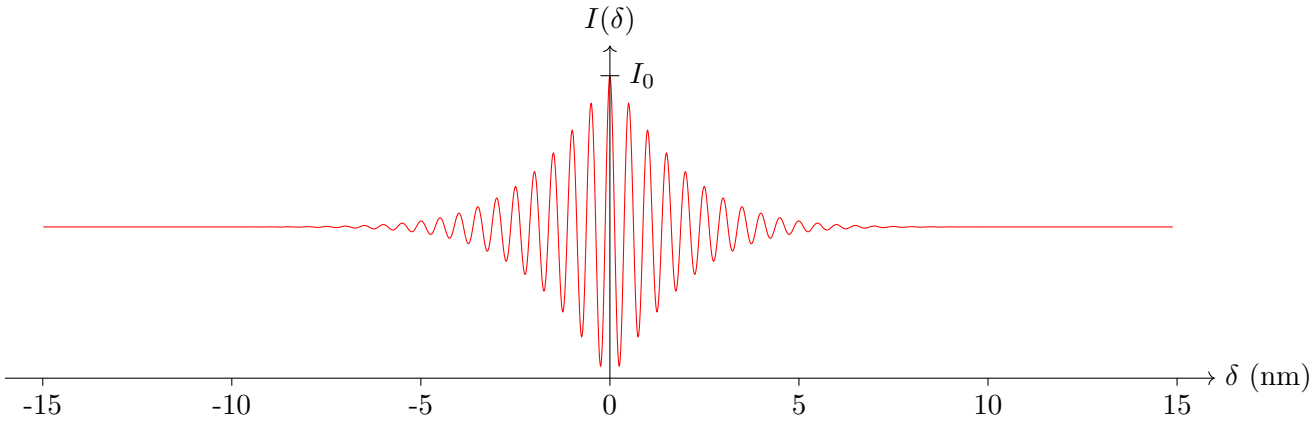


**Fig. 9** – Intensité en fonction de la différence de marche. L'intensité est calculée numériquement à partir du profil de la figure 8. Le profil est construit pour une fréquence $\nu_0 = 6\times10^{14}$ Hz et pour une largeur de raie à mi-hauteur $\Delta\nu = 6\times10^{13}$ Hz.

On constate sur la figure 9 que le brouillage est complet après une certaine valeur de $\delta_c$. Sur la figure, on peut considérer qualitativement que les interférences ne sont plus visibles, car de trop faibles amplitudes, si $\delta > \delta_c \approx 5\,\mathrm{nm}$.

Numériquement, on peut constater que $\delta_c \approx 5\,\mathrm{nm} = \dfrac{c}{\Delta\nu}$. Ce résultat numérique se retrouve pour d'autres valeurs de $\nu_0$ et $\Delta\nu$.

1. Le code python correspondant est disponible dans le Google Colab suivant : https://bit.ly/3nNsZJH.

**Propriété.** Pour une source spectralement étendue, on note $p_\mathrm{m}$ l'ordre d'interférence correspondant à la longueur d'onde centrale et $p_\Delta$ celui correspondant à la longueur d'onde d'extrême. Autrement dit, $\Delta\nu$ étant l'étendue spectrale, on considère que les fréquences $\nu_\mathrm{m}$ et $\nu_0 + \dfrac{\Delta\nu}{2}$.
Le critère semi-quantitatif de brouillage indique que ces deux fréquences produisent des franges d'interférences en opposition de phase et donc que le brouillage apparait si $\boxed{\Delta p = |p_\mathrm{m} - p_\Delta| = \dfrac{1}{2}}$.

En appliquant ce critère, il vient en effet

$$\frac{1}{2} = \frac{\delta_\mathrm{c}}{c}(\nu_\mathrm{m}) - \frac{\delta_\mathrm{c}}{c}\left(\nu_\mathrm{m} + \frac{\Delta\nu}{2}\right) = \frac{\delta_\mathrm{c}\Delta\nu}{2c}\,.$$

On retrouve donc bien le résultat numérique qualitatif.

> ***Remarque :*** *Ce critère est nécessairement qualitatif car, selon la forme du spectre, l'étendue spectrale à prendre en compte n'est pas nécessairement la largeur de la source à mi-hauteur. Parfois les raies un peu avant ou un peu après cette limite contribuent toujours significativement au brouillage.*

**Interprétation et longueur de cohérence :** Le brouillage a lieu lorsque $\delta_\mathrm{c} \approx \dfrac{c}{\Delta\nu} = c\tau = \ell_\mathrm{c}$, avec $\tau$ la durée moyenne d'un train d'onde.

**Propriété.** On définit la **longueur de cohérence temporelle de la source** $\ell_\mathrm{c}$ telle que les interférences n'existent que si $\delta < \ell_\mathrm{c}$. Lorsque le brouillage est atteint, on dit que la condition de cohérence temporelle n'est plus satisfaite. Qualitativement, on a $\boxed{\ell_\mathrm{c} \approx \dfrac{c}{\Delta\nu} = \dfrac{\lambda^2}{\Delta\lambda}}$.
Dans le cas d'une raie spectrale élargie, la longueur de cohérence correspond à la distance moyenne parcourue par un train d'onde.

> ***Remarque :*** *Cette propriété provient en réalité des propriétés mathématiques de la transformée de Fourier qui est utilisée ici. Nous reviendrons en détail sur ce point lors de l'étude de la mécanique quantique.*

La condition de cohérence temporelle s'interprète alors facilement : la différence de chemin optique $\delta$ entre les trajets parcourus par les rayons qui viennent interférer en $M$ doit être inférieure à la longueur du train d'onde émis. S'il n'en était pas ainsi, ce sont des ondes appartenant à des trains d'ondes différents qui interféraient en $M$. Or d'un train d'onde à l'autre, la phase varie de façon aléatoire ; les phénomènes d'interférence se brouilleraient donc (voir le chapitre précédent).

Pour une source classique, la durée de cohérence maximale possible correspond à la largeur « naturelle » de la raie liée à la durée de vie intrinsèque du niveau atomique excité. La collision et l'effet Doppler diminuent cette durée de cohérence. Par contre, un laser, qui utilise l'émission stimulée cohérente des divers atomes du milieu, peut posséder une largeur spectrale beaucoup plus fine que la largeur « naturelle » ; la durée et la longueur de cohérence sont alors considérablement augmentées. Quelques ordres de grandeurs sont regroupés dans le tableau 1.

| | $\Delta\nu$ | $\ell_\mathrm{c}$ |
|---|---|---|
| Raie rouge de l'hydrogène | 70 GHz | 4 mm |
| Laser He-Ne multimode | 1.5 GHz | 20 cm |
| Raie verte du mercure (lampe spectrale) | 1 GHz | 30 cm |
| Laser He-Ne monomode stabilisé sur une raie de $I_2$ | $\sim$ 100 kHz | 30 km |

**Tab. 1** – Quelques ordres de grandeurs de largeur spectrale et de longueur de cohérence.

### 2.1.3 Lumière blanche

Considérons des trous d'Young éclairés en lumière blanche. Pour simplifier, reportons nous à la figure 10 représentant trois ondes monochromatiques rouge, verte et bleu. On constate qu'au centre de la figure, les ordres se superposent et que les figures d'interférences sont proches. Ainsi, au centre, la superposition de toutes les raies lumineuses conduit à une figure blanche bien contrastée.

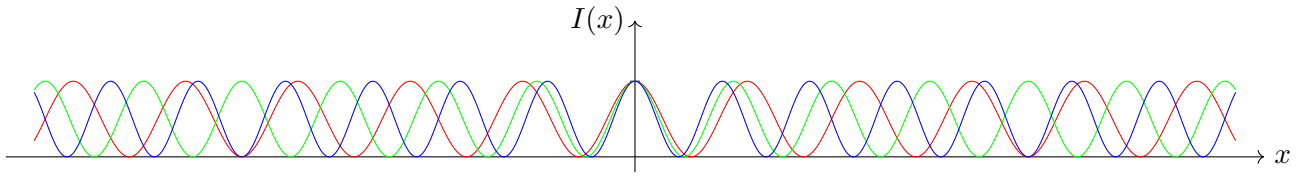


**Fig. 10** – Allure de l'intensité lumineuse des trous d'Young éclairée en lumière blanche. On néglige la cohérence temporelle de chaque raie.

Plus on s'éloigne du centre, plus les différentes figures se séparent car, n'ayant pas la même longueur d'onde, elles n'ont pas la même périodicité spatiale. On observe alors une irisation de la figure d'interférence comme représenté sur la photographie de la figure 11.

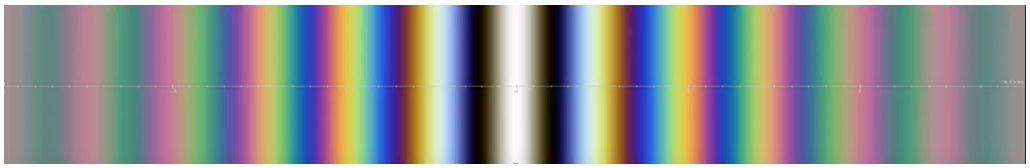

**Fig. 11** – Figure d'interférence de trous d'Young éclairés en lumière blanche.

On constate que, loin du centre, la figure semble blanchir. En réalité, certaines longueurs d'ondes sont absentes car elles sont en interférences destructives. On parle de **blanc d'ordre supérieur** en référence aux ordres d'interférences, ce n'est pas du blanc « pur », il manque des longueurs d'onde. En regardant le spectre, du blanc d'ordre supérieur, on observe des zone noires, ce sont les longueurs d'ondes en interférences destructives. On nomme cela un **spectre cannelé**, comme visualisé figure 12. Les longueurs d'ondes manquantes sont celles vérifiant la condition d'interférences destructives, à savoir, $\dfrac{\delta}{\lambda} = p$ qui est demi-entier.

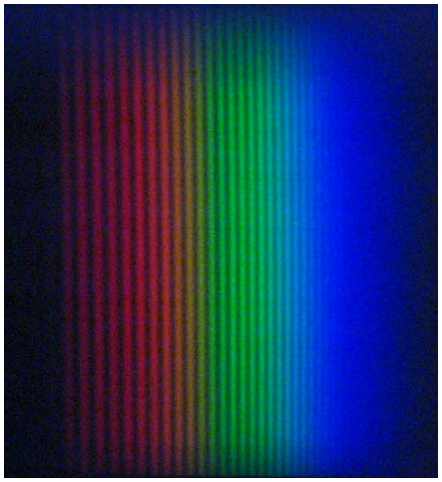

**Fig. 12** – Le blanc d'ordre supérieur est défini par un spectre cannelé. Les cannelures dans le spectre correspondent aux longueurs d'ondes en interférences destructives.

De manière similaire, on peut définir la longueur de cohérence de la lumière blanche comme étant la différence de marche maximale où les interférences sont visibles. Son interprétation est différente toutefois que pour une raie unique car il ne s'agit pas des trains d'ondes issus de la même source. En prenant la formule $\ell_c = \dfrac{c}{\Delta\nu} = \dfrac{\lambda_m^2}{\Delta\lambda}$, on a pour la lumière blanche $\Delta\lambda = 200\,\text{nm}$ et $\lambda_m = 600\,\text{nm}$, soit une longueur de cohérence $\ell_c \approx 1\,\mu\text{m}$.

## 2.2 La source de lumière réelle spatialement étendue : cohérence spatiale

Dans ce paragraphe, nous considérons que la source émet lumière monochromatique idéale, mais qu'elle est spatialement étendue. La situation est représentée figure 13, nous nous plaçons donc dans le cas des trous d'Young à distance finie. Nous supposerons que les différents éléments de la source sont incohérents entre eux, de sorte que les intensités correspondantes s'ajoutent dans le plan de l'écran.

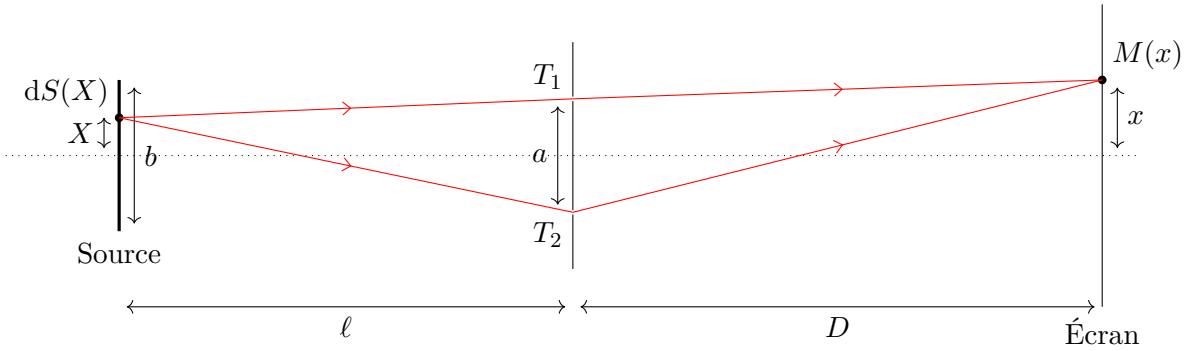


**Fig. 13** – Modélisation d'une source étendue de taille $b$. Chaque portion de la source $\mathrm{d}S(X)$ émet des ondes incohérentes.

> ***Remarque :*** *La taille de la source peut être modulée expérimentalement à l'aide d'un diaphragme par exemple.*

Isolons par la pensée une bande source $\mathrm{d}S(X)$ de la source comprise entre $X$ et $X + \mathrm{d}X$. De cette bande au point $M$, la différence des trajets optiques se calculent comme dans le cas des trous d'Young. En supposant $b \ll \ell$ et $x \ll D$, on obtient immédiatement la différence de marche

$$\delta = \frac{aX}{\ell} + \frac{ax}{D}$$

et l'intensité correspondante, que nous supposerons proportionnelle à la largeur $\mathrm{d}X$ de la bande, est

$$\mathrm{d}I = A\left(1 + \cos\frac{2\pi\delta}{\lambda}\right)\mathrm{d}X$$

où $A$ est une constante de proportionnalité. En explicitant $\delta$, on a

$$\mathrm{d}I = A\left(1 + \cos\left(\frac{2\pi a}{\lambda}\left[\frac{X}{\ell} + \frac{x}{D}\right]\right)\right)\mathrm{d}X$$

soit, en intégrant de $X = -b/2$ à $X = b/2$,

$$I(x) = Ab\left(1 + \frac{\lambda\ell}{2\pi ab}\left[\sin\left(\frac{2\pi a}{\lambda}\left[\frac{x}{D} + \frac{b}{2\ell}\right]\right) - \sin\left(\frac{2\pi a}{\lambda}\left[\frac{x}{D} - \frac{b}{2\ell}\right]\right)\right]\right)$$

ou encore, en utilisant $\sin a - \sin b = 2\sin\dfrac{a-b}{2}\cos\dfrac{a+b}{2}$, il vient

$$I(x) = I_0\left(1 + \frac{\lambda\ell}{\pi ab}\sin\left(\frac{\pi ab}{\lambda\ell}\right)\cos\left(\frac{2\pi ax}{\lambda D}\right)\right)$$

avec $I_0 = Ab$.

Dans cette expression, on retrouve le terme $\cos\left(\dfrac{2\pi ax}{\lambda D}\right)$ qui caractérise les interférences dans le cas des trous d'Young. Si $\dfrac{\pi ab}{\lambda\ell} \ll 1$, par exemple si la source est de petite taille devant les autres longueurs du problème, on a $\sin\dfrac{\pi ab}{\lambda\ell} \approx \dfrac{\pi ab}{\lambda\ell}$ et on retrouve l'intensité des trous d'Young avec une source ponctuelle.

Précisons, si la source est fine, la position des franges brillantes correspond à $\cos\left(\frac{2\pi ax}{\lambda D}\right) = +1$ tandis que celle des franges sombres correspond à $\cos\left(\frac{2\pi ax}{\lambda D}\right) = -1$. On en déduit le facteur de contraste

$$C = \frac{I_{\max,\text{locale}} - I_{\min,\text{locale}}}{I_{\max,\text{locale}} + I_{\min,\text{locale}}} = \frac{\lambda\ell}{\pi ab}\sin\left(\frac{\pi ab}{\lambda\ell}\right) .$$

On a donc $C(u) = \frac{\sin u}{u}$ avec $u = \frac{\pi ab}{\lambda\ell}$. Cette fonction, aussi appelée *sinus cardinal* est tracée figure 14. On remarque que le contraste est indépendant de la position. Il va moduler l'amplitude globale de la figure, contrairement aux incohérences temporelles qui modulent la figure d'interférence.

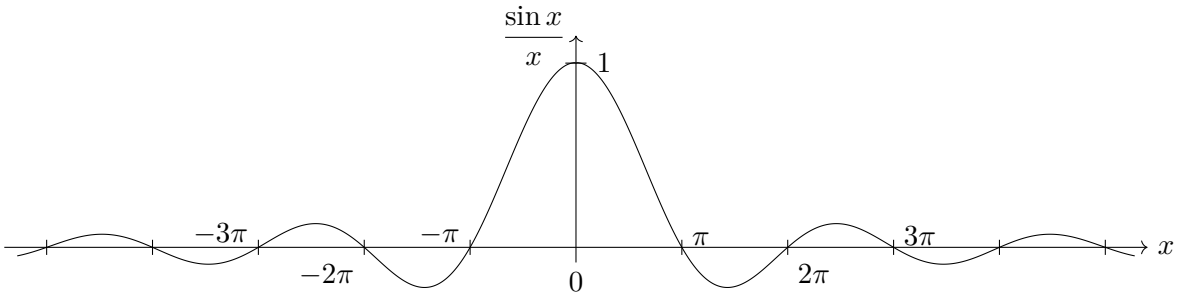


**Fig. 14** – Graphe de la fonction sinus cardinal $x \mapsto \frac{\sin x}{x}$.

Partons d'une faible valeur de $b$ (donc de $u$) ; si $b$ est très faible, $C \approx 1$. Augmentons alors $b$, le contraste diminue puis devient nul pour $u = \frac{\pi ab}{\lambda\ell} = \pi$, on observe donc un **brouillage** des franges. Ensuite, le contraste devient négatif : les franges brillantes occupent alors la position des franges sombres et réciproquement ; c'est l'*inversion du contraste des franges* que l'on peut observer avec une fente source de bonne qualité. Toutefois, le contraste est assez faible en valeur absolue et la courbe totale est difficile à observer.

L'écart de différence de marche le centre et le point $X$ de la source vaut $\delta_X - \delta_0 = \frac{aX}{\lambda}$, soit une différence d'ordre entre les figures de ces deux sources élémentaires $p_X - p_0 = \frac{aX}{\lambda\ell}$. Ces deux points produisent un brouillage si leur ordre d'interférence est séparée d'un facteur $\frac{1}{2}$, soit $\frac{aX}{\lambda\ell} = \frac{1}{2}$, soit $X = \frac{\lambda\ell}{2a}$ ce qui est égal à $X = \frac{b}{2}$ en utilisant la condition d'annulation du contraste déterminée précédemment.

**Propriété.** Pour une source spatialement étendue, on note $p_0$ l'ordre d'interférence correspondant au rayon issu du centre de la source et $p_+$ l'ordre d'interférence correspondant au rayon issu du bord celle-ci. Autrement dit, si la source est comprise entre $b/2$ et $-b/2$, on considère que les positions 0 et $b/2$.
Le critère semi-quantitatif de brouillage indique que ces deux sources produisent des franges d'interférences en opposition de phase et donc que le brouillage apparait si $\boxed{\Delta p = |p_+ - p_0| = \frac{1}{2}}$.

> ***Remarque :*** *En définitive, il faut étudier une source spatialement et spectralement étendue. Il y a une combinaison des deux effets décrits précédemment. De plus, nous n'avons pas étudié les effets de la diffraction, qui sont très importants pour justifier le champ d'interférence visible.*