Optique 3 L'interféromètre de Michelson

Lycée Thiers - Physique-Chimie - MPI/MPI*- 2026-2027

Table des matières

1 Présentation de l'interféromètre de Michelson **1**
1.1 L'interféromètre . . . 1
1.2 Marche des rayons et schéma équivalent . . . 3
1.3 Éclairage par une source étendue et théorème de localisation . . . 3
2 Réglage en lame d'air à faces parallèles **4**
2.1 Montage et localisation des franges . . . 4
2.2 Calcul de la différence de marche . . . 5
2.3 La figure d'interférence . . . 6
3 Réglage en coin d'air **7**
3.1 Montage et localisation des franges . . . 7
3.2 Calcul de la différence de marche . . . 8
3.3 La figure d'interférence . . . 9
4 Complément : le théorème de localisation **9**
4.1 Résultat intermédiaire . . . 9
4.2 Démonstration du théorème . . . 10

1 Présentation de l'interféromètre de Michelson

L'interféromètre de Michelson est un dispositif d'interférences à deux ondes, à faisceaux bien séparés, permettant par ses différents réglages d'observer de manière très souple de nombreux aspects des phénomènes d'interférences. Il permet également d'accéder à des mesures très précises dans des domaines variés : c'est pourquoi on appelle ce dispositif un interféromètre.

1.1 L'interféromètre

Un interféromètre de Michelson est constitué de trois éléments optiques de haute qualité : deux miroirs placés à environ 90° l'un de l'autre et un dispositif semi-réfléchissant assurant la division d'amplitude. À cela s'ajoutent divers éléments mécaniques permettant son réglage. Un schéma simplifié est représenté figure 1, où seuls les éléments communs à tous les modèles d'interféromètre sont représentés. Une photo d'un interféromètre de marque Didalab est reproduite figure 2.

Les deux miroirs $(\mathcal{M}_1)$ et $(\mathcal{M}_2)$ sont métallisés sur leur face avant : ils sont donc particulièrement fragiles, très sensibles aux traces de doigts, et ne doivent être nettoyés qu'avec un papier pour éléments optiques. En outre, leur planéité est assurée à quelques dizaines de nanomètres près, ce qui les rend très sensibles à toute déformation. En particulier, une lampe quartz-iode utilisée sans filtre anti-calorique peut déformer les miroirs suffisamment pour altérer les interférences, et ce de manière irréparable. Certains modèles d'interféromètres sont d'ailleurs munis d'un filtre anti-calorique sur la face d'entrée.

Chaque miroir peut pivoter autour de deux axes orthogonaux à l'aide de deux vis, ce qui permet de régler l'inclinaison relative des deux miroirs. Le pas des vis (G_1) et (G_2) est plus long que celui des vis (F_1) et (F_2) : les premières permettent donc un réglage grossier alors que les secondes sont utilisées pour un réglage fin.

En dehors des degrés de liberté de pivotement, le miroir $(\mathcal{M}_1)$ est fixe, à la différence du miroir $(\mathcal{M}_2)$ qui peut également être translaté selon son axe à l'aide de la vis (T). Cette dernière est munie d'un vernier,

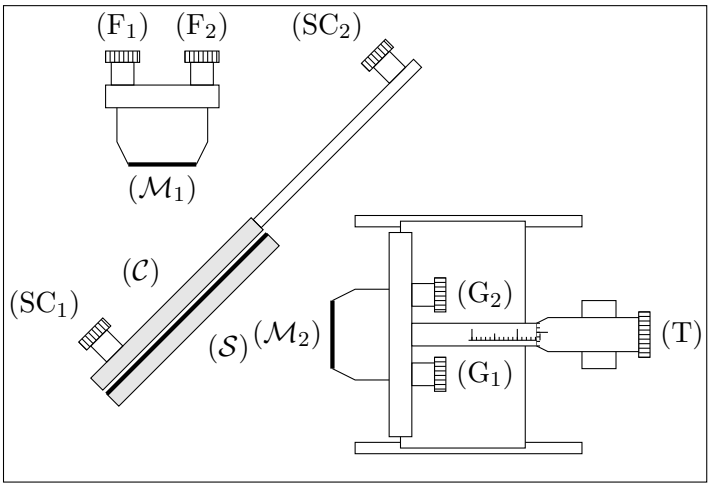

Fig. 1 – Schéma d'un interféromètre de Michelson vu du dessus. On y retrouve les deux miroirs $(\mathcal{M}_1)$ et $(\mathcal{M}_2)$, la séparatrice $(\mathcal{S})$ et la compensatrice $(\mathcal{C})$, ainsi qu'un certain nombre de vis de réglage.

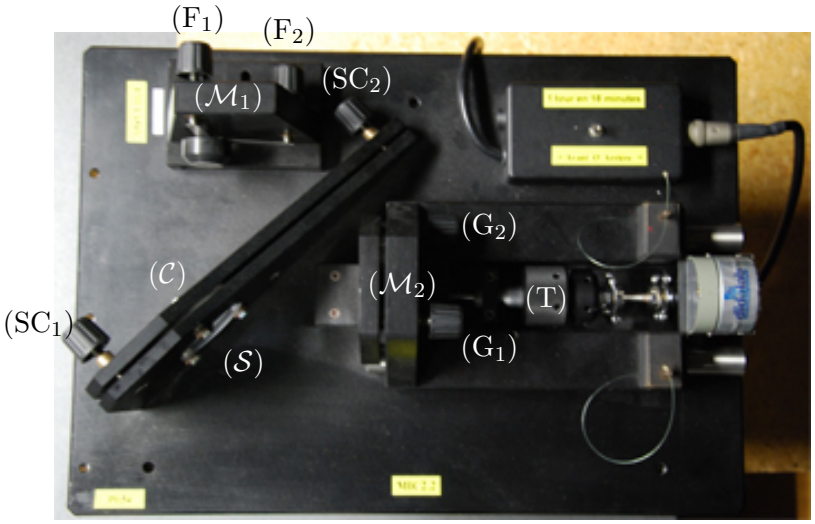

Fig. 2 – Photo d'un interféromètre de Michelson vu du dessus. On y retrouve les deux miroirs $(\mathcal{M}_1)$ et $(\mathcal{M}_2)$, la séparatrice $(\mathcal{S})$ et la compensatrice $(\mathcal{C})$, ainsi qu'un certain nombre de vis de réglage. L'interféromètre photographié est également muni d'un moteur, permettant de translater le miroir mobile à vitesse constante.

qui permet de mesurer les déplacements du miroir avec une précision généralement de l'ordre de la dizaine de microns.

Le dispositif semi-réfléchissant est constituée de deux lames de verre identiques, la séparatrice $(\mathcal{S})$ et la compensatrice $(\mathcal{C})$, inclinées de 45° par rapport aux miroirs. Une des faces de la séparatrice a subi un traitement de surface afin de la rendre semi-réfléchissante, avec un coefficient de transmission en énergie 1/2. Historiquement, le traitement de surface consistait en un dépôt métallique mais ce procédé a désormais été remplacé par des traitements à base de couches de différents diélectriques superposées.

La compensatrice a pour rôle de compenser la dispersion due à un nombre de passages différent des rayons dans la séparatrice. En effet, un rayon se réfléchissant sur $(\mathcal{M}_1)$ ne traverse la séparatrice qu'une fois, parcourant dans le verre une distance ℓ. Au contraire, un rayon se réfléchissant sur $(\mathcal{M}_2)$ traverse la séparatrice trois fois et parcourt donc 3ℓ. La différence de chemin optique entre les deux rayons est donc $2n\ell$, où n est l'indice du verre. Ce dernier étant nécessairement dispersif, n dépend de la longueur d'onde. Par conséquent, si la séparatrice était seule, elle induirait une différence de chemin optique dépendant de la longueur d'onde entre les rayons qui interfèrent, ce qui gênerait considérablement les observations en lumière polychromatique. La compensatrice permet de compenser cette différence de chemin optique en ajoutant trois traversées de verre au trajet du rayon se réfléchissant sur $(\mathcal{M}_1)$ et une seule à celui du rayon se réfléchissant sur $(\mathcal{M}_2)$. Chaque rayon traverse ainsi quatre fois une lame de verre, ce qui permet de compenser les effets de dispersion. Pour que les chemins optiques parcourus dans les lames soit égaux,

celles-ci doivent non seulement être identiques, mais également parallèles. Les deux vis (SC_1) et (SC_2) permettent de régler le parallélisme entre séparatrice et compensatrice en faisant pivoter la compensatrice autour de deux axes orthogonaux, alors que la séparatrice est fixe.

Propriété. Pour la modélisation d'un interféromètre de Michelson, on suppose la séparatrice infiniment mince, ce qui permet de négliger la compensatrice.

1.2 Marche des rayons et schéma équivalent

1.2.1 Marche des rayons

La figure 3 représente de manière précise la marche des rayons issus d'une source ponctuelle S et se recoupant en A après avoir suivi des trajets différents.

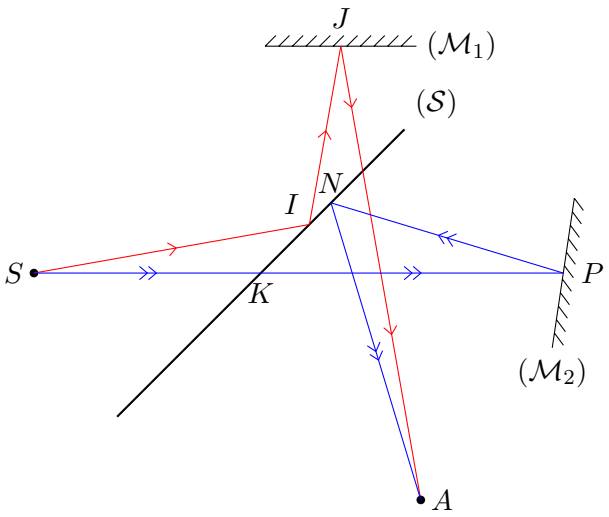

Fig. 3 – Marche des rayons issus d'une source S se recoupant au point A après traversée de l'interféromètre. La séparatrice est supposée infiniment fine.

1.2.2 Schéma équivalent

Sur la figure 4, nous avons introduit S' l'image de S par la séparatrice $(\mathcal{S})$, ainsi que P' et $(\mathcal{M}_2')$ respectivement les images de P et $(\mathcal{M}_2)$ par la séparatrice. Sur cette figure 4, certains éléments de la figure 3 sont repris en pointillés afin de pouvoir faciliter la comparaison des deux figures.

Il est évident que

$$S'I = SI \qquad ; \qquad S'K = SK \qquad \text{et} \qquad P'N = PN \ .$$

On en déduit les égalités entre les chemins optiques

$$(SIJA) = (S'IJK) \qquad \text{et} \qquad (SKPNA) = (S'KP'NA) \ .$$

Autrement dit, pour le calcul des chemins optiques, on peut remplacer le schéma de la figure 3 par celui de la figure 4 où l'on remplace S par son image S' et le miroir $(\mathcal{M}_2)$ par son image $(\mathcal{M}_2')$, ces images étant définies par rapport à la séparatrice $(\mathcal{S})$.

À l'aide des différentes vis de réglages, il est possible de contrôler les orientations des miroirs. On peut donc faire en sorte que les miroirs $(\mathcal{M}_1)$ et $(\mathcal{M}_2')$ soient parallèles ou inclinés l'un par rapport à l'autre. De plus, on peut contrôler aussi la distance entre eux.

1.3 Éclairage par une source étendue et théorème de localisation

Pour une source ponctuelle S, et son image S', il est toujours possible d'observer deux rayons passant chacun par un miroir distinct qui convergeront en n'importe que point de l'espace dans la zone d'observation. Ainsi, des interférences pourront être observées de partout, elle sont délocalisées.

Une source réelle a une étendue spatiale. Ainsi, en un point d'observation A fixé, des couples de rayons issus de chaque point source vont converger en A. La différence de marche dépendant du point source,

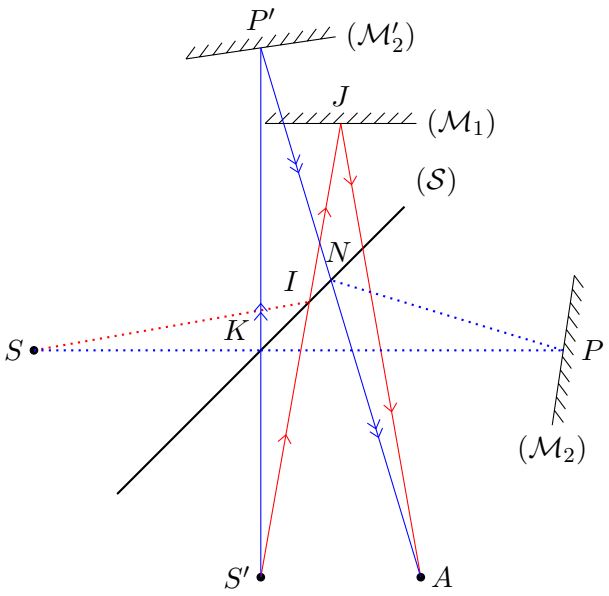

Fig. 4 – Schéma équivalent à la figure 3 où la source S' représente l'image de S par la séparatrice $(\mathcal{S})$.

chaque couple rayon arrivera avec une différence de marche différence. Ainsi, comme nous l'avons vu pour les trous de Young, un brouillage spatial a lieu qui conduit à une baisse globale du contraste de la figure d'interférence, voir sa disparition complète. Il est possible augmenter la luminosité de la figure d'interférences en certains endroits, dans les conditions du théorème de localisation suivant.

Théorème. Avec une source étendue spatialement, les franges ne sont observables que sur une surface appelée la surface de localisation des franges d'interférence. Cette surface se trouve définie comme étant l'ensemble des points M intersection de deux rayons « émergents » (après réflexion sur $(\mathcal{M}_1)$ et $(\mathcal{M}_2)$) issus du même rayon « incident ».
Il n'y a alors pas de brouillage spatial et le contraste est maximal.

La démonstration de ce théorème est hors programme et est donnée pour la culture en complément paragraphe 4.

Les interférences sont donc maintenant **localisées**, elles ne sont observables qu'à l'intersection des rayons. L'interféromètre de Michelson permet donc d'observer des figures d'interférences très bien contrastées et très lumineuses, indépendamment de la taille de la source. C'est l'un des avantages principaux de ce dispositif. Toutefois, cela se fait au détriment de la localisation, il faut savoir où observer la figure d'interférences.

En pratique, il faut considérer un rayon incident dans l'interféromètre et chercher où se coupent les deux rayons émergents, issus de ce rayon incident, et passés par chacun des bras du Michelson. Usuellement, avec le Michelson, c'est cette condition suffisante qui est utilisée, dite de **division d'amplitude**. Les deux rayons interférant finalement en M ont une partie commune, ce n'est qu'au delà de la séparatrice que l'amplitude du rayon incident primitif se divise.

Grâce au stigmatisme supposé parfait du duo séparatrice-compensatrice et des miroirs, il est possible de raisonner directement sur la version dépliée de l'interféromètre représenté figure 4.

2 Réglage en lame d'air à faces parallèles

2.1 Montage et localisation des franges

Une première configuration de l'interféromètre est atteinte lorsque les deux miroirs $(\mathcal{M}_1)$ et $(\mathcal{M}_2)$ sont perpendiculaires. L'image $(\mathcal{M}_2')$ de $(\mathcal{M}_2)$ par le dispositif semi-réfléchissant est alors parallèle à $(\mathcal{M}_1)$, et on dit par abus de langage que les miroirs sont parallèles. Ils forment alors une **lame d'air à faces parallèles** d'épaisseur e.

Pour vérifier le théorème de localisation, les deux rayons sont issus du même rayon incident. Ils se séparent avec les réflexions sur les miroirs et émergent dont parallèlement du dispositif. Les interférences

ont lieu à l'intersection des rayons, soit à l'infini ou, en pratique, dans le plan focal d'une lentille convergente. Un schéma de principe présentant les notations utilisées est présenté figure 5.

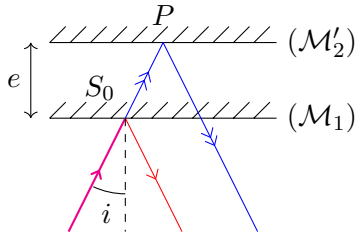

Fig. 5 – Schéma de principe de la configuration en lame d'air à faces parallèles. $(\mathcal{M}_2')$ est l'image de $(\mathcal{M}_2)$ par le dispositif semi-réfléchissant. Les deux miroirs forment une lame d'air d'épaisseur e, éclairée par un rayon lumineux formant un angle d'incidence i avec la normale des miroirs.

Propriété. Dans la configuration en lame d'air à faces parallèles et en appliquant le théorème de localisation, les interférences les plus contrastées sont localisées à l'infini.

Par ailleurs, le dispositif est invariant par rotation autour de l'axe optique des miroirs.

Propriété. La figure d'interférences en configuration en lame d'air à faces parallèles est constituée d'anneaux centrés sur l'axe des miroirs.

En pratique, il faut éclairer le Michelson avec une source lumineuse étendue, permettant à de nombreux rayons d'inclinaisons différentes d'atteindre les miroirs. Pour cela, on place généralement une lentille entre la source et l'entrée du Michelson, permettant d'augmenter les inclinaisons disponibles.

Propriété. La situation expérimentale pratique en configuration en lame d'air à faces parallèles doit être telle qu'elle maximise les incidences des rayons arrivant sur les miroirs. On place une lentille convergente de faible focale entre la source et le Michelson en position quelconque pour augmenter les angles d'incidence.

2.2 Calcul de la différence de marche

On se place dans les configurations des figures 5 et 6. Un rayon incident, d'angle d'incidence i, arrive sur les miroirs parallèles. Les rayons sont confondus jusqu'à atteindre le point S_0 puis suivent un chemin différent. On cherche donc à calculer, en notant S la source des rayons,

$$\delta = (SM)_2 - (SM)_1 = ((SS_0) + (S_0P) + (PM)) - ((SS_0) + (S_0M)) = (S_0P) + (PM) - (S_0M) \ .$$

Par les propriétés de symétrie de l'image d'un miroir représenté figure 6, on a directement $(S_0P) = (S_0'P)$ avec S_0' l'image de S_0 à travers le miroir $(\mathcal{M}_2')$. On a donc

$$\delta = (S_0'M) - (S_0M) \ .$$

On cherche donc la différence de marche entre les deux rayons issus des sources équivalentes S_0 et S_0'. Pour calculer celle-ci, utilisons le principe de retour inverse de la lumière en supposant que la source est située en M. Utilisons alors le théorème de Malus. Une telle source émet les deux rayons dont les plans d'ondes sont orthogonaux entre eux après la réfraction par la lentille. Ainsi, le plan orthogonal à la figure 6 et porté par la droite HS_0 est un plan d'onde. On en déduit $(HM) = (S_0M)$ et donc

$$\delta = (S_0'M) - (S_0M) = (S_0'H) + (HM) - (S_0M) = (S_0'H) \ .$$

Au final, en appliquant une relation de trigonométrie dans le triangle $S_0'S_0H$, il vient au final

$$\boxed{\delta = 2e\cos i} \ .$$

De plus, comme représenté figure 6, en cas d'interférence constructive, l'anneau brillant associé est de rayon $R = f' \tan i$. Remarquons que l'épaisseur e étant fixée, le rayon de l'anneau ne dépend que de l'angle d'incidence i : on parle d'anneaux d'égale inclinaison, ou anneaux de Haidinger.

Pour observer un maximum d'anneaux, on a donc intérêt à se donner un grand nombre de valeurs pour l'angle d'incidence i sur les miroirs, en faisant converger le faisceau lumineux sur les miroirs. Notons enfin que les plus petites différences de marche correspondent aux angles d'incidence les plus grands, et donc aux anneaux les plus extérieurs sur l'écran.

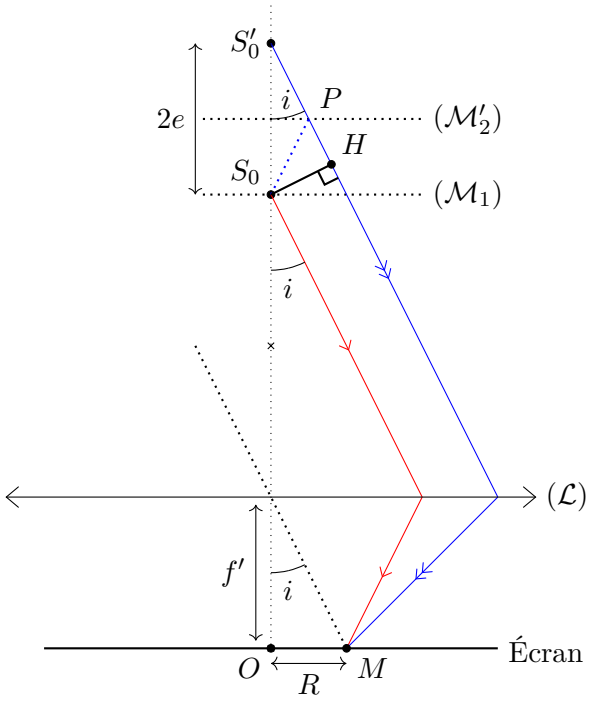

Fig. 6 – Schéma équivalent du trajet des rayons dans le cas du Michelson réglé en lame d'air avec observation de la figure d'interférence au point M dans le plan focal image d'une lentille convergente $(\mathcal{L})$ de focale f'. Le rayon incident commun (non représenté, voir figure 5) arrive sur les miroirs avec un angle d'incidence i. S_0 est le point d'intersection entre le rayon incident et le miroir $(\mathcal{M}_1)$, S_0' est l'image de S_0 à travers le miroir $(\mathcal{M}_2')$. Comme les deux rayons sont confondus jusqu'à S_0, tout se passe comme si les deux rayons étaient issus de ces deux points sources. H est le projeté orthogonal de S_0 sur le rayon issu de S_0'.

2.2.1 Rayon des anneaux

Les anneaux brillants de la figure d'interférence vérifient la condition d'interférence constructive, soit $\delta = k\lambda$ avec k un entier relatif. Notons k_0 le premier ordre d'interférence constructive correspondant à l'inclinaison i_0 minimale. On a donc $2e\cos i_0 = k_0\lambda$.

L'observation est nécessairement dans les conditions de Gauss pour respecter les conditions de stigmatisme approché de la lentille, l'angle d'incidence est donc faible. Il vient donc $\cos i \approx 1 - \dfrac{i^2}{2}$. En particulier pour la première interférence constructive i_0, on peut négliger le terme carré et on suppose $2e \approx k_0\lambda$. Cela implique donc que l'on suppose que la première interférence constructive n'est pas un anneau mais une tâche centrale brillante.

Ainsi pour un angle quelconque

$$k\lambda = 2e\cos i \approx 2e\left(1 - \frac{i^2}{2}\right) \qquad \Rightarrow \qquad (k - k_0)\lambda = -ei^2 \ .$$

On constate que plus i est grand, plus δ diminue. Ainsi, l'ordre d'interférences diminue lorsque l'on s'éloigne du centre de la figure. L'anneau brillant numéro p compté à partir du centre de la figure (supposé brillant), est alors simplement $p = k_0 - k$.

Or l'anneau associé est de rayon $R = f'\tan i \approx f'i$ dans les conditions de Gauss. Il vient donc le rayon de l'anneau brillant numéro p compté à partir du centre brillant de la figure $\boxed{R_p = f'\sqrt{\dfrac{p\lambda}{e}}}$. On remarque que les anneaux les plus grands sont donc de moins en moins séparés.

2.3 La figure d'interférence

Deux photographies de la figure d'interférence observées avec un lampe au sodium et une lumière blanche sont rassemblées dans la figure 7.

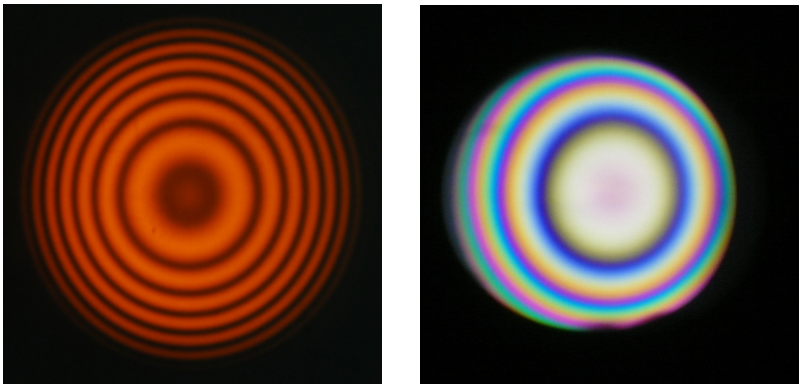

Fig. 7 – Figures d'interférences avec un interféromètre de Michelson réglé en lame d'air. À gauche, la source est une lampe au sodium (présentant un doublet spectral très lumineux autour de 589 nm) et à droite, la source est une lumière blanche issue d'une lampe quartz-iode.

En application du théorème de localisation, la figure d'interférence est très contrastée, il n'y a pas de brouillage par incohérence spatiale. Toutefois, les sources ont toujours une étendue spectrale. Ainsi, la figure d'interférence peut se brouiller et disparaître en cas de perte de cohérence temporelle. Il faut donc que la différence de marche entre les rayons soit plus faible que la longueur de cohérence de la source (voir chapitre précédent sur les trous d'Young).

Par exemple, en lumière blanche, cette longueur de cohérence est de l'ordre du micromètre. Les deux miroirs doivent donc être quasiment confondus pour observer une figure d'interférence. Lorsque les miroirs sont exactement superposés, on parle de **contact optique**. En général, on commence toujours par régler expérimentalement un Michelson avec une source de grande longueur de cohérence, comme le laser. Cela qui permet d'être facilement en dehors de la condition de brouillage et d'observer une figure d'interférences. Une fois que les réglages sont réalisés au laser, on utilise une source de faible longueur de cohérence, comme la lumière blanche.

3 Réglage en coin d'air

3.1 Montage et localisation des franges

La seconde configuration de l'interféromètre à connaître lorsque les deux miroirs $(\mathcal{M}_1)$ et $(\mathcal{M}_2)$ sont légèrement inclinés l'un par rapport à l'autre. L'image $(\mathcal{M}_2')$ de $(\mathcal{M}_2)$ par le dispositif semi-réfléchissant est alors incliné par rapport à $(\mathcal{M}_1)$. Ils forment alors une lame d'air d'épaisseur variable, ou de **coin d'air**.

En général, pour observer les interférences en lumière blanche, on part du contact optique (miroirs parallèles et confondus) et on incline un des deux miroirs. Cela permet de garder une différences de marche entre les rayons faible pour ne pas dépasser la longueur de cohérence de la source. L'axe selon lequel $(\mathcal{M}_2')$ coupe $(\mathcal{M}_1)$ est appelé l'arête du coin d'air.

Un schéma de principe présentant les notations utilisées est présenté figure 8.

En application du théorème de localisation, les interférences les plus contrastées sont localisées à l'intersection des rayons issus d'un même rayon incident. En observant la figure 8, on constate qu'il s'agit du point S_1. On constate que les interférences sont localisées au voisinage de l'arête du coin d'air. En pratique, l'épaisseur moyenne entre les miroirs étant faible, on les observe sur les miroirs.

Propriété. Dans la configuration en coin d'air et en appliquant le théorème de localisation, les interférences les plus contrastées sont localisées quasiment sur les miroirs.
Pour les observer, il faut utiliser une lentille de projection conjuguant les miroirs et un écran.

Par ailleurs, le dispositif est invariant par translation parallèle à l'arête du coin d'air.

Propriété. La figure d'interférences en configuration en coin d'air constituée de franges rectilignes parallèles à l'arête du coin d'air.

Pour maximiser le contraste de la figure d'interférences, il ne faut avoir qu'une seule différence de marche possible au voisinage du point S_1. On cherche donc à rendre le faisceau incident parallèle de sorte

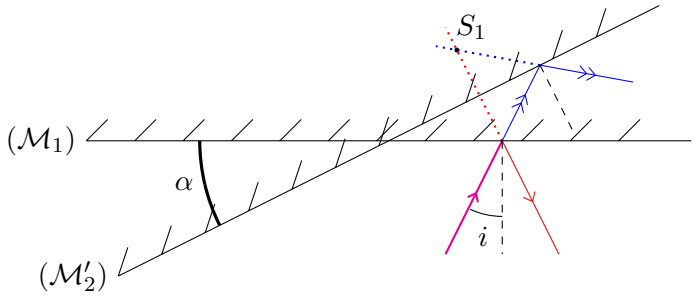

Fig. 8 – Schéma de principe de la configuration en coin d'air. $(\mathcal{M}_2')$ est l'image de $(\mathcal{M}_2)$ par le dispositif semi-réfléchissant. Les deux miroirs forment une lame d'air d'épaisseur variable, éclairée par un rayon lumineux formant un angle d'incidence i avec la normale du premier miroir. L'angle α est exagéré pour les besoins du dessin et ne correspond pas à une situation expérimentale réaliste. Tout se passe comme si les rayons émergents étaient issus du point S_1, constituant ainsi un objet virtuel.

qu'il ne contienne qu'un unique angle d'incidence i. Cela n'étant pas possible avec une source étendue, on choisit l'incidence moyenne du faisceau orthogonale aux miroirs avec un faisceau de rayon parallèle.

Propriété. La situation expérimentale pratique en configuration en coin d'air doit être telle qu'elle minimise les incidences des rayons arrivant sur les miroirs. La source est donc placée au foyer objet d'une lentille convergente.

3.2 Calcul de la différence de marche

On se place dans les configurations de la figure 8. Toutefois, dans ce premier schéma, le lieu des interférences est virtuel car les rayons ne s'y croisent pas effectivement. Pour plus de simplicité, on se reporte au schéma de la figure 9 sans enlever la moindre généralité. Pour simplifier les calculs, plaçons nous exactement en incidence normale sur le miroir $(\mathcal{M}_1)$. Cela correspond à la situation expérimentale réelle. Les rayons incidents sont confondus jusqu'à atteindre le point S_1 puis suivent un chemin différent. En application du théorème de localisation, les interférences sont situées en S_1. Pour les observer, on conjugue celui ci avec un écran situé au point M, point conjugué de S_1 par la lentille $(\mathcal{L})$.

On cherche donc à calculer, en notant S la source des rayons,

$$\delta = (SM)_1 - (SM)_2 = ((SS_1) + (S_1M)_1 + 2(S_1S_0)) - ((SS_1) + (S_1M)_2) \ .$$

Par les propriétés de stigmatisme de la lentille $(\mathcal{L})$, S_1 et M étant conjugués, on a (S_1M) qui est indépendant du chemin suivi, le trajet jusqu'à M ne rajoute donc pas de différence de marche.

Il suffit maintenant d'appliquer une relation de trigonométrie dans le triangle OS_1S_0, il vient

$$\boxed{\delta = 2x\tan\alpha \approx 2\alpha x}$$

où l'on peut se restreindre aux petits angles (typiquement, α est de l'ordre de la seconde d'arc). Elle dépend donc à la fois de la position sur le miroir x et de l'angle d'incidence i par l'intermédiaire de l'épaisseur locale du coin d'air $x\tan\alpha$: on parle de franges d'égale épaisseur, ou franges de Fizeau.

En réalité, tous les rayons ne sont pas en incidence rigoureusement normale. Il faut tenir compte de l'angle d'incidence des rayons.

Propriété. On **admet** que la différence de marche des rayons d'incidence non normale mais faible est égale (au premier ordre en i) à celle des rayons d'incidence normale.

| ***Application 1 :*** *Calculer l'interfrange des interférences sur les miroirs.*

> ***Remarque :*** *Contrairement aux anneaux dans le cas du coin d'air, il n'est pas simple de calculer l'interfrange de la figure sur l'écran. En effet, celle-ci dépend fortement de la lentille de projection et de la configuration expérimentale choisie.*

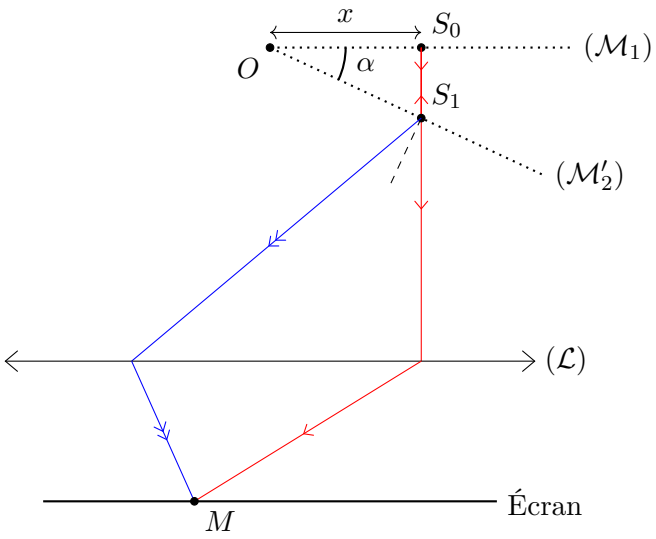

Fig. 9 – Schéma équivalent du trajet des rayons dans le cas du Michelson réglé en coin d'air d'angle α. Le rayon incident commun (non représenté, voir figure 8) arrive sur les miroirs en **incidence normale** ($i = 0$) sur le miroir $(\mathcal{M}_1)$. O est le point d'intersection des miroirs deux miroirs, soit situé sur l'arête du coin d'air. S_0 est le point d'intersection entre le rayon incident et le miroir $(\mathcal{M}_1)$ et S_1 est le point d'intersection entre le rayon incident et le miroir $(\mathcal{M}'_2)$. En application du théorème de localisation, les interférences sont situées en S_1. Pour les observer, on conjugue celui ci avec un écran situé au point M, point conjugué de S_1 par la lentille $(\mathcal{L})$.

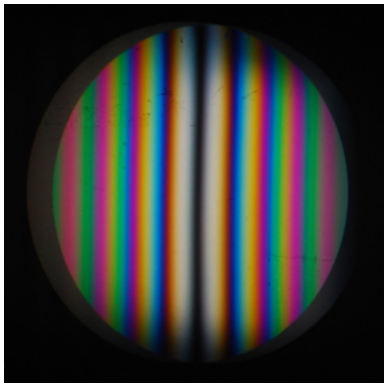

Fig. 10 – Figure d'interférences avec un interféromètre de Michelson réglé en coin d'air éclairé en lumière blanche issue d'une lampe quartz-iode. Cette figure est appelée « teintes de Newton ».

3.3 La figure d'interférence

Une photographie de la figure d'interférence observée en lumière blanche est rassemblée dans la figure 10.

> ***Remarque :*** *On constate que la frange centrale est sombre alors que la différence de marche est nulle (condition d'interférence constructive). Cela s'explique car, au cours de la marche des rayons, un de ceux-ci subit une réflexion de plus d'un milieu plus réfringent vers un milieu moins réfringent (sur la séparatrice). Comme vu au chapitre EM7, cela implique un déphasage de π sur les rayons ce qui explique ce constat.*

4 Complément : le théorème de localisation

Cette démonstration est hors programme et est donnée pour la culture.

4.1 Résultat intermédiaire

Désignons par A et B les extrémités d'un segment et par AB sa longueur. On a par définition $AB^2 = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AB}$.

Soient $\mathrm{d}\overrightarrow{OA}$ et $\mathrm{d}\overrightarrow{OB}$ les déplacements élémentaires de B et A, et O un point fixe.

Écrivons la différentielle de AB^2. On a

$$2AB\mathrm{d}AB = \mathrm{d}AB^2 = \mathrm{d}(\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AB}) = 2\overrightarrow{AB}\cdot\mathrm{d}\overrightarrow{AB}\ .$$

Or

$$\mathrm{d}\overrightarrow{AB} = \mathrm{d}(-\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}) = \mathrm{d}\overrightarrow{OB} - \mathrm{d}\overrightarrow{OA}\ .$$

En notant $\vec{u} = \overrightarrow{AB}/AB$, il vient

$$\mathrm{d}AB = \vec{u}\cdot(\mathrm{d}\overrightarrow{OB} - \mathrm{d}\overrightarrow{OA})\ .$$

4.2 Démonstration du théorème

Considérons deux points de la source S_a et S_b. Avec les notations de la figure 4, notons $S_{a,1}$ (resp. $S_{b,1}$) l'image de la source S_a (resp. S_b) par le miroir $(\mathcal{M}_1)$. De même, notons $S_{a,2}$ (resp. $S_{b,2}$) l'image de la source S_a (resp. S_b) par le miroir $(\mathcal{M}_2)$. Les notations sont rassemblées sur le schéma de la figure 11.

En en un point M quelconque, la différence de marche des rayons issus de S_a vaut

$$\delta_a = (S_{a,1}M) - (S_{a,2}M)$$

tandis que celle des rayons issus de S_b vaut

$$\delta_b = (S_{b,1}M) - (S_{b,2}M)\ .$$

La différence de différence de marche vaut alors

$$\Delta\delta = (S_{a,1}M) - (S_{a,2}M) - [(S_{b,1}M) - (S_{b,2}M)] = (S_{a,1}M - S_{b,1}M) - (S_{a,2}M - S_{b,2}M)\ .$$

En supposant que la source est peu étendue, on peut raisonnablement supposer que $S_{a,1}$ et $S_{b,1}$ sont très proches l'un de l'autre, tout comme $S_{a,2}$ et $S_{b,2}$.

Il vient alors

$$S_{a,1}M - S_{b,1}M = \mathrm{d}(S_1M) = \vec{u}'_1\cdot\overrightarrow{S_{a,1}S_{b,1}}$$

en utilisant le résultat intermédiaire, en notant S_1 la position moyenne des points sources image de la source par le miroir 1 et le vecteur unitaire $\vec{u}'_1 = \dfrac{\overrightarrow{S_1M}}{S_1M}$. En appliquant le même résultat à S_2, on arrive à

$$\Delta\delta = (S_{a,1}M) - (S_{a,2}M) - [(S_{b,1}M) - (S_{b,2}M)] = \vec{u}'_1\cdot\overrightarrow{S_{a,1}S_{b,1}} - \vec{u}'_2\cdot\overrightarrow{S_{a,2}S_{b,2}}\ .$$

Comme représenté figure 11, on note $\vec{u}_1$ le vecteur unitaire issu du centre de la source porteur du rayon allant sur le miroir 1 et $\vec{u}_2$ le vecteur unitaire issu du centre de la source porteur du rayon allant sur le miroir 2. Par les propriétés de symétries liées aux réflexions sur le miroir et par invariance du produit vectoriel par symétrie, il vient

$$\vec{u}'_1\cdot\overrightarrow{S_{a,1}S_{b,1}} = \vec{u}_1\cdot\overrightarrow{S_aS_b}$$

et

$$\vec{u}'_2\cdot\overrightarrow{S_{a,2}S_{b,2}} = \vec{u}_2\cdot\overrightarrow{S_aS_b}\ .$$

Ainsi, on a

$$\Delta\delta = (\vec{u}_1 - \vec{u}_2)\cdot\overrightarrow{S_aS_b}\ .$$

On constate donc qu'il suffit que $\vec{u}_1 = \vec{u}_2$ pour que la chute de contraste mesurée en quelque sorte par la variation de différence de marche ne dépende qu'à l'ordre 2 de l'élargissement spatial de la source S_aS_b. Dans ces conditions le contraste « chute le moins possible » (par élargissement spatial de la source lumineuse). Mais de ce fait le point M de l'espace est soumis à la condition du théorème de localisation énoncée paragraphe 1.3.

Usuellement, avec le Michelson, c'est cette condition suffisante qui est utilisée, dite de division d'amplitude. Les deux rayons interférant finalement en M ont une partie commune, ce n'est qu'au delà de la séparatrice que l'amplitude du rayon incident primitif se divise.

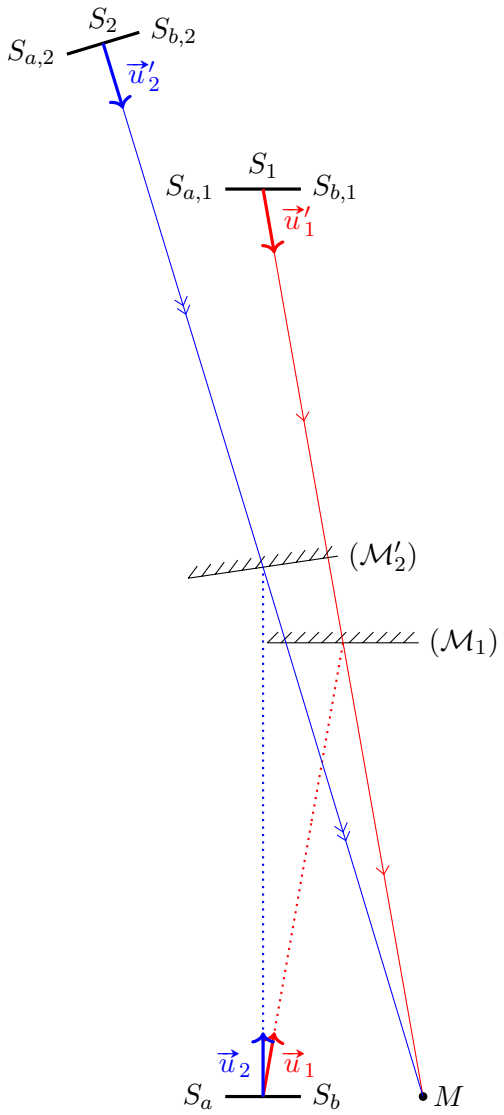

Fig. 11 – Schéma équivalent à la figure 4 où les sources $S_{a,1}S_{b,1}$ et $S_{a,2}S_{b,2}$ représentent les images de la source étendue S_aS_b par les miroirs $(\mathcal{M}_1)$ et $(\mathcal{M}'_2)$.

> ***Remarque :*** *Le Michelson est différent des dispositifs interférentiels du type trous d'Young qui opèrent par division du front d'onde (les deux trajets sont différents dès la source primitive).*
>
> *Dans ce cas, $\vec{u}_1$ et $\vec{u}_2$ sont différents. On peut aussi pour minimiser $\Delta\delta$ en imposant que $\vec{u}_1$ et $\vec{u}_2$ soient perpendiculaire à $\overrightarrow{S_aS_b}$: cette autre condition suffisante est mise en œuvre en pratique par utilisation de fente source centrée sur le centre de la source dont la direction est perpendiculaire au plan défini par $\vec{u}_1$ et $\vec{u}_2$.*