

Sujet MPI - Le devoir dure 4h.

Les différents problèmes sont indépendants et peuvent être traités dans l'ordre de votre choix. La présentation globale de la copie ainsi que l'homogénéité des formules est prise en compte dans la notation.

Problème I - Convertisseur courant-tension

On étudie le convertisseur fréquence-tension représenté figure 1.

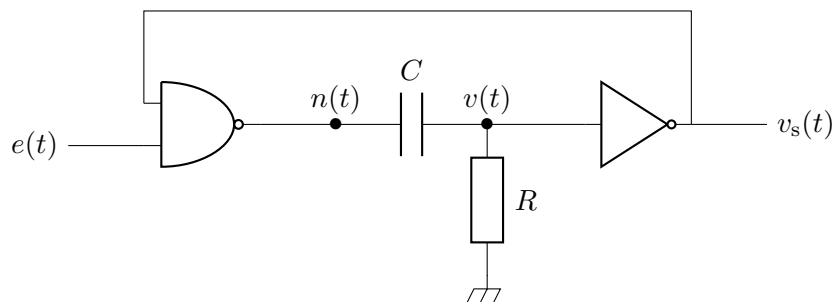


Fig. 1 – Convertisseur fréquence tension.

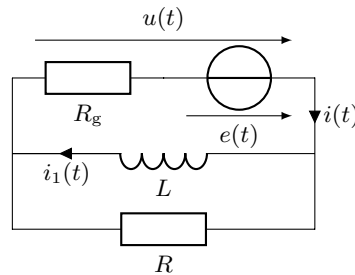
- I.1. Rappeler la table de vérité de la porte NAND.
- I.2. Donner la relation en régime complexe entre \underline{n} et \underline{v} .
- I.3. En déduire l'équation différentielle temporelle entre v et n . Que peut-on dire de $\frac{dn}{dt}(t)$?
- I.4. Quelle propriété mathématique vérifie la grandeur $v(t) - n(t)$?
- I.5. Supposons que l'entrée $e(t) = e_0$ correspondant à la tension de l'état haut et que le condensateur est initialement déchargé. Le système est-il stable ou instable ?
- I.6. Supposons qu'à $t = 0$, l'entrée bascule à 0. Donner l'expression de $v(t)$.
- I.7. On suppose que la bascule de la porte NOT se fasse pour $e_0/2$, donner l'expression de T_B correspondant au temps nécessaire pour que la sortie bascule d'état. L'état de sortie 0 est-il stable ou instable ?
- I.8. Tracer le chronogramme du système, c'est-à-dire tracer sur un même graphique les fonctions e , v et v_s . La fonction e sera choisie pour mettre en valeur les caractéristiques du système.
- I.9. On suppose que le signal d'entrée est un signal périodique d'amplitude telle que la la bascule du système aura lieu une unique fois par période. Que rajouter en sortie du montage pour obtenir une lecture directe de la fréquence du signal ?

Problème II - Électrocinétique et mesure

Ce sujet est extrait de l'épreuve de physique des Mines d'Albi, d'Alès de Douai et de Nantes 2008.

II.1. Modélisation linéaire d'un circuit

II.1. Dans le circuit ci-dessous, l'intensité $i(t)$ fournie par le générateur se divise entre une inductance pure L (qui représente une bobine de résistance négligeable) et un résistor (résistance R); en respectant les notations du schéma, donner trois expressions de $u(t)$ en régime quelconque, en fonction de $i(t)$, $i_1(t)$ et des données.



II.2. La tension $e(-\infty < t < 0)$ est égale à une valeur constante notée E ; déterminer rapidement la tension $u(t = 0^-)$ ainsi que les intensités $i(t = 0^-)$ et $i_1(t = 0^-)$.

II.3. À $t = 0$, on « éteint » le générateur, qui devient équivalent à sa seule résistance interne (ce qui signifie qu'on a $e(t > 0) = 0$); établir l'équation différentielle régissant l'évolution ultérieure de $u(t)$, et faire apparaître la constante de temps τ du circuit.

II.4. En utilisant une propriété remarquable d'une grandeur - propriété à préciser, déterminer $u(t = 0^+)$.

II.5. Déterminer complètement $u(t > 0)$ puis donner l'allure de la représentation graphique de u pour $t \in [-10\tau, 10\tau]$.

II.2. Générateur et oscilloscope

On s'intéresse à quelques caractéristiques de ces deux appareils essentiels.

II.6. On dispose d'un voltmètre de très grande résistance interne (considérée infinie), d'un générateur de tension (GBF) et de boîtes de résistances réglables. La force électromotrice du générateur étant fixée (en continu), on effectue entre ses bornes les deux mesures suivantes, la charge étant le réseau passif connecté aux bornes du générateur :

- mesure (1) : on mesure une tension $U = 6 \text{ V}$ pour une résistance de charge infinie ;
- mesure (2) : on mesure une tension de 3 V pour une charge égale à 50Ω .

Déduire de ces mesures la résistance interne R_g et la force électromotrice E du générateur étudié.

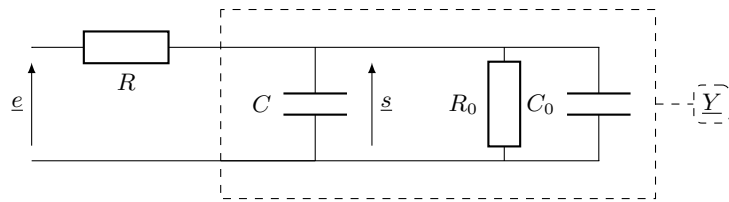
II.7. On alimente désormais par ce générateur une association RC série, en régime sinusoïdal de pulsation ω réglable. Quelle sera, en module, l'impédance de charge minimale du générateur ? À quelle condition (qualitative) pourra-t-on considérer le générateur comme idéal ?

On supposera cette condition remplie dans la suite, avec $R = 4.7 \text{ k}\Omega$ et $C = 22 \text{ nF}$.

II.8. En l'absence d'oscilloscope branché sur le circuit, déterminer la fonction de transfert complexe en tension \underline{H} si la grandeur de sortie est la tension aux bornes du condensateur ; quel est le filtrage ainsi réalisé ? Comment définit-on la pulsation de coupure ω_c d'un filtre de cette nature et comment s'exprime-t-elle ici ?

Application numérique : calculer la fréquence de coupure du filtre.

II.9. On utilise un oscilloscope dont les caractéristiques d'entrée sont indiquées : « $1 \text{ M}\Omega$, 25 pF » ; dans la suite, on désigne par R_0 et C_0 la résistance et la capacité correspondantes. Cet appareil, branché sur le filtre précédent, correspond ainsi au circuit suivant :



Déterminer simplement le gain en tension à basse fréquence, noté H_0 .

II.10. Exprimer l'admittance complexe $\underline{Y} = 1/\underline{Z}$. Quelle est la limite à basse fréquence du déphasage de la tension \underline{s} par rapport à l'intensité \underline{i} parcourant le dipôle équivalent d'admittance \underline{Y} ?

II.11. Déterminer la nouvelle fonction de transfert $\underline{H}' = \underline{s}/\underline{e}$ sous la forme $H_0/(1 + j\omega/\omega_0)$ (on pourra s'aider du calcul de \underline{Y}).

II.12. Comparer H_0 et la nouvelle fréquence de coupure aux valeurs précédentes (question 8), et conclure quant à l'utilisation de l'oscilloscope pour étudier le filtre RC .

Problème III - Contrôle de la tonalité du son émis par le thérémine

Ce problème est extrait du sujet de physique A de l'épreuve de la Banque PT 2018.

On donne

$$\sin a \sin b = \frac{1}{2}(\cos(a - b) - \cos(a + b)) .$$

L'effet hétérodyne est l'exploitation de deux signaux s_1 et s_2 , de fréquence f_1 et f_2 très élevées inaudibles, du domaine des radiofréquences et dont la différence produit une fréquence audible. L'oscillateur électrique local crée le signal électrique de fréquence f_2 stable et l'instrumentiste engendre le signal électrique de fréquence f_1 .

III.1. Un « mélangeur » ou multiplieur crée la multiplication des deux signaux $s = ks_1s_2$ avec un coefficient k réel.

a. On dispose de deux signaux harmoniques : s_1 de fréquence $f_1 = 80.440$ kHz et s_2 de fréquence $f_2 = 80.000$ kHz. Ces fréquences font-elles parties du domaine audible ?

b. On envoie ces signaux à l'entrée du multiplieur. Préciser quel est le spectre en fréquence du signal de sortie du multiplieur. Ces fréquences font-elles partie du domaine audible ?



Fig. 2 – Thérémine

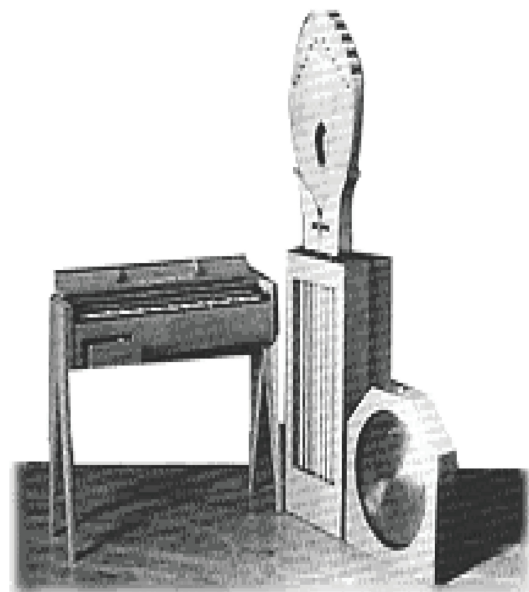


Fig. 3 – Ondes Marthenot

Document 1 : Description des deux instruments

Le thérémine est un boîtier électronique avec deux antennes qui produit de la musique sans que l'instrumentiste ne touche l'instrument. Une antenne verticale est dite antenne de tonalité ou pitch car on commande la hauteur de la note en faisant varier la distance de la main droite à l'antenne verticale. L'antenne horizontale en forme de boucle est utilisée pour faire varier l'intensité du son selon la position de la main gauche (figure 2). La sortie du son, proche de celui d'une scie musicale, se fait par un haut-parleur. Cet instrument exige de l'instrumentiste une grande précision des mouvements de ses mains et une quasi-immobilité du reste du corps : la note juste est difficile à atteindre. Les morceaux joués sont lents.

Dans les ondes Marthenot (figure 3) un oscillateur est relié à un faux clavier, qui sert de repère visuel, et à un ruban mobile avec anneau qui modifie l'électronique intérieure donc la note. Dans un tiroir se trouvent des touches pour régler la forme des signaux, pour introduire des filtres d'effet et enfin pour choisir parmi 4

diffuseurs (1 haut-parleur classique, 1 résonateur à ressorts, un haut-parleur sur lequel sont tendues douze cordes accordées chromatiquement et 1 gong métallique mobile motorisé). L'instrument a « une étendue presque illimitée, une puissance formidable et une douce subtilité » (selon Darius Milhaud) et permet des rendus sonores allant de la scie musicale à l'orgue en passant par la voix humaine. Actuellement il existe plus de 3000 pièces écrites pour ondes Marthenot dans le répertoire classique. Sa forme moderne « ondéa » est souvent préférée au synthétiseur. Dans les deux instruments les électrons « obéissent » à l'exécutant et jouent le rôle de l'anche d'un instrument à vent ou de la corde d'un instrument à corde. Dans les thérémines de concert ou pour les ondéa, on utilise encore pour réaliser l'amplification des tubes à vide (lampes) plutôt que des montages à transistor car les mélomanes en préfèrent la musicalité.

Document 2 : Caractéristiques des sons : hauteur et intensité

La hauteur d'un son est la fréquence du fondamental. Les harmoniques décroissants avec le rang participent au son global. L'oreille perçoit la hauteur même si le fondamental est quasi-inexistant !

Mais il y a un lien avec la durée aussi car l'oreille possède une constante de temps mécanique et la durée limite en dessous de laquelle le son est perçu comme un bruit est 5 ms.

Le « la3 » ou La du diapason est un son de fréquence 440 Hz. Une octave correspond à la multiplication par 2 de la fréquence.

Le timbre est lié à la composition spectrale (présence,

durée et importance des harmoniques) et même l'oreille la moins exercée distingue facilement le timbre d'un instrument.

Intensité sonore

On obtient des effets musicaux en jouant certaines notes de manière plus intense que d'autres. Le son est généralement restitué par un haut-parleur qui transforme un signal électrique en son. L'intensité du son est une fonction croissante de l'amplitude du signal électrique. Les deux instruments s'appuient sur l'effet hétérodyne pour engendrer la fréquence audible.

III.2. Pourquoi faut-il placer un filtre en sortie du multiplieur ? Quelle doit être la nature de celui-ci ?

III.3. On suppose que le circuit oscillant local est un circuit série contenant une bobine idéale d'inductance L_0 et un condensateur de capacité C_0 (figure 4).

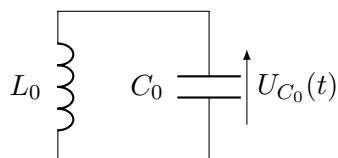


Fig. 4 – Circuit oscillant

- Établir l'équation différentielle à laquelle obéit la tension $U_{C_0}(t)$ aux bornes du condensateur.
- Quelle est la forme mathématique de la solution $U_{C_0}(t)$?
- En déduire la relation qui lie la fréquence propre du circuit f_2 aux grandeurs L_0 et C_0 ?

III.4. Dans le schéma-bloc partiel d'un thérémine donné ci-dessous (figure 5) retrouver les éléments qui correspondent à cet effet hétérodyne et indiquer où est le signal électrique de fréquence « audible ».

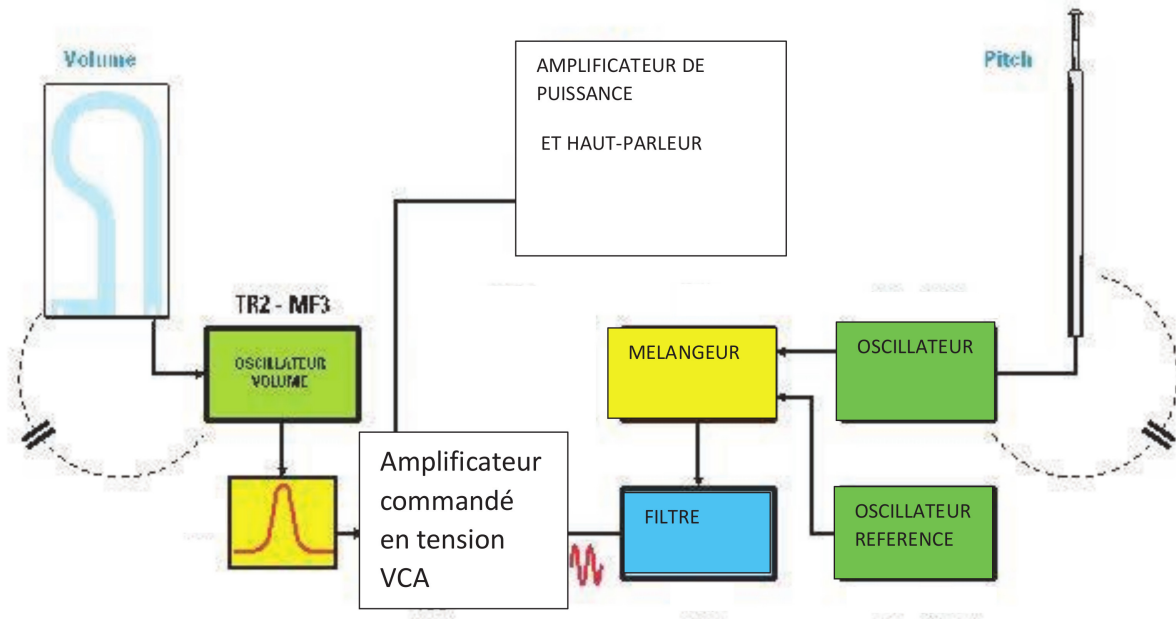


Fig. 5 – Schéma-bloc A fonctionnel d'un thérimine

III.5. L'antenne de tonalité (pitch) est reliée à un circuit oscillant (L_0, C_0) identique à celui décrit question 3. Le caractère conducteur du corps humain fait que l'ensemble (antenne de tonalité, main droite en face) revient à placer un condensateur de capacité C_{h1} (figures 5, 6 et 7) en parallèle du condensateur C_0 . De même l'antenne de volume introduit une capacité en parallèle sur son circuit électrique C_{h2} (figures 5, 6 et 7).

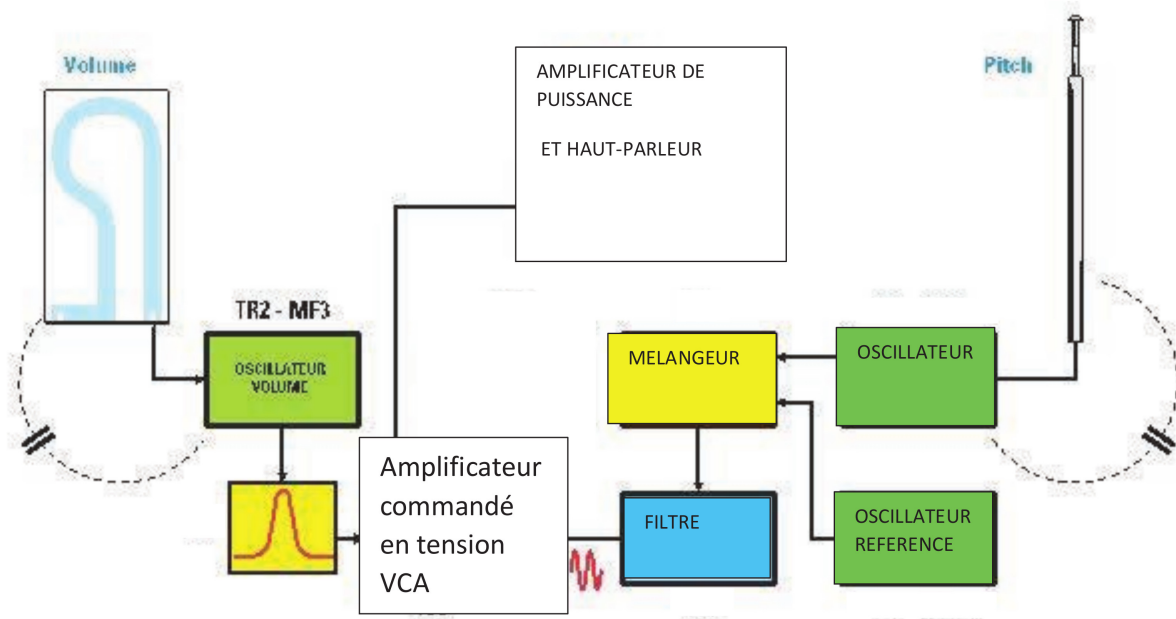


Fig. 6 – Schéma-bloc B d'un thérimine

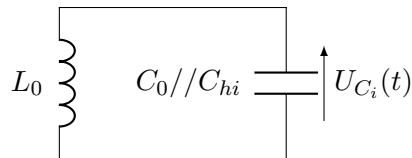


Fig. 7 – Circuit oscillant des antennes de volume ou de tonalité

a. Déterminer la fréquence du signal f_1 engendré.

b. Quel est le spectre du signal $u(t)$ qui sort du « multiplieur » exprimé en fonction de L_0 , C_0 et C_{h1} ? Comment choisir la fréquence de coupure du filtre qu'on applique à ce signal électrique $u(t)$?

III.6. On s'intéresse au filtrage du signal $u(t)$. On dispose d'un conducteur ohmique de résistance R et d'un condensateur de capacité C dont le montage est celui du schéma de la figure 8.

a. Établir la fonction de transfert $T(jf)$. Quelle est la nature du filtre? Exprimer la fréquence de coupure f_c du filtre à -3 dB en fonction de R et C .

b. On a une capacité $C = 0.01 \mu\text{F}$, quelle résistance proposez-vous de placer dans le circuit pour isoler la fréquence audible?

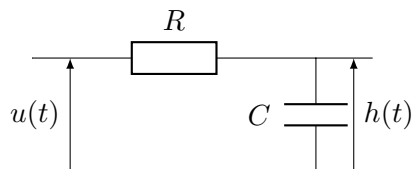


Fig. 8 – Montage R,C

III.7. Pour déterminer le lien entre la capacité C_{h1} et la position de la main droite, on mesure sur un thérémine la fréquence f du signal $h(t)$ de sortie du filtre en fonction de la distance x de la main droite à l'antenne en essayant de maintenir la même « forme » de la main. On obtient les valeurs du tableau 1 ci-dessous.

f en Hz	40	55	110	220	440	880	1760
x en cm	74	58	44	32	20	8	1

Tab. 1

À quelle distance doit-on se placer pour obtenir un signal électrique $h(t)$ de même fréquence que le « La3 »? Indiquer, sans faire de calculs, quel est le lien entre x et $\log f$ pour $10 \text{ cm} < x < 44 \text{ cm}$. On rappelle que $\log(2X) = \log(X) + 0.3$ et on suppose que dans ce domaine le lien entre x et $\log(x)$ est une fonction affine.

III.8. Le son qui sort du haut-parleur a la même fréquence que le signal $h(t)$. Rendra-t-on le son plus grave en rapprochant la main droite ou en l'éloignant de l'antenne? Combien d'octaves couvre ce thérémine? De combien doit-on avancer la main pour que la note se déplace d'une octave?