

Table des matières

1 Révisions de première année	1
2 Interférences à deux ondes	2
3 Fentes et trous d'Young	4
4 Interféromètre de Michelson	6
5 Pour aller plus loin : principe de Fermat	8
6 Pour aller encore plus loin : interférences à N ondes	9
7 Pour aller toujours plus loin...	10
8 Sujets d'oraux	12

1 Révisions de première année

Exercice 1 - Détecteur de pluie :

Un détecteur automatique de pluie est composé d'un laser et d'un détecteur d'intensité lumineuse incrustés dans du plexiglas d'indice optique $n_p = 1.50$ accolé au verre du parebrise dont l'indice optique est $n_v = 1.52$. Le laser émet un faisceau lumineux en direction de l'interface entre le parebrise et l'extérieur de la voiture avec un angle d'incidence $\theta = 45.0^\circ$. On note $n_e = 1.33$ l'indice optique de l'eau. L'indice optique de l'air est supposé égal à 1.00.

1. Montrer qu'en l'absence de pluie sur le parebrise, il y a réflexion totale du faisceau laser à l'intérieur du verre du parebrise.
2. On suppose qu'une goutte de pluie se dépose en I . Existe-il un rayon réfracté en ce point ?
3. Comment la mesure de l'intensité lumineuse permet de détecter la présence de pluie ? Est-il possible grâce à ce système de moduler la vitesse des essuie-glaces en fonction de la quantité de pluie sur le parebrise ?

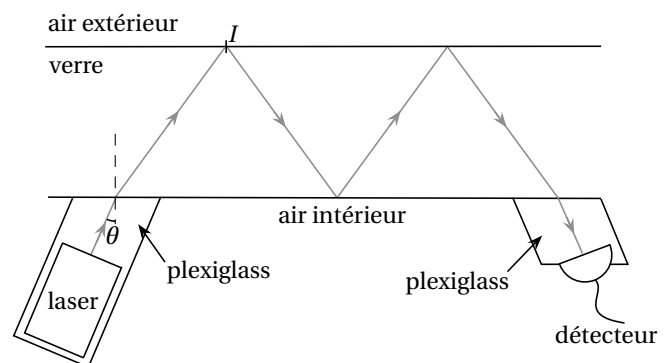


Fig. 1 – Détecteur de pluie.

Exercice 2 - Réfractomètre : En chimie, une des méthodes de caractérisation d'un liquide est la mesure de son indice de réfraction grâce à un réfractomètre. Dans cet appareil, une goutte de liquide d'indice n_ℓ inconnu est déposée à la surface d'un bloc de verre d'indice $n_v = 1.50$ (figure 2). L'indice de l'air est supposé égal à 1.

Un rayon lumineux est envoyé dans le système et on repère l'angle de sortie θ pour lequel il y a réflexion totale à l'interface entre la goutte et le bloc de verre.

1. Exprimer l'angle limite de réflexion totale i_ℓ en fonction de n_ℓ et n_v .
2. En déduire l'expression de n_ℓ en fonction de n_v et θ .
3. Faire l'application numérique pour $\theta = \pi/6$.
4. Quel est l'indice n_ℓ maximal pouvant être mesuré ?

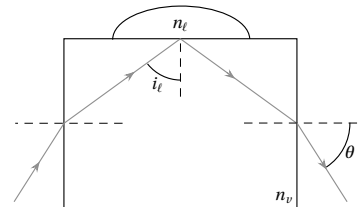


Fig. 2 – Principe d'un réfractomètre

Exercice 3 - Introduction au microscope : Un microscope simplifié est constitué de deux lentilles minces convergentes : une lentille d'entrée L_1 (objectif) et une lentille L_2 (oculaire). Leurs distances focales respectives sont $f'_1 = 5 \text{ mm}$ et $f'_2 = 20 \text{ mm}$. La distance Δ séparant le foyer image de L_1 et le foyer objet de L_2 est appelé intervalle optique. On prendra ici $\Delta = \overline{F'_1 F_2} = 17 \text{ mm}$. Le microscope est réglé de manière à limiter la fatigue visuelle de l'utilisation : l'image $\overline{A'B'}$ définitive doit donc se situer à l'infini. L'œil de l'observateur est proche du foyer image de l'oculaire.

1. En utilisant les relations de conjugaison, déterminer la position de l'objet à observer.
2. Faire une construction géométrique soignée pour un objet \overline{AB} perpendiculaire à l'axe optique et tracer la marche d'un faisceau lumineux issu de B.
3. Calculer le grandissement γ_1 de l'objectif.
4. Exprimer l'angle α' sous lequel est vue l'image définitive en fonction de γ_1 , f'_2 et \overline{AB} .
5. L'observation à l'œil nu de l'objet à la distance minimale de vision nette $d_m = 25 \text{ cm}$ est faite sous un angle α . Déterminer le grossissement commercial $G_C = \alpha'/\alpha$ du microscope. En déduire la puissance intrinsèque du microscope définie par le rapport $P_i = G_C/d_m$.

Exercice 4 - Latitude de mise au point d'un appareil photo : On désire photographier un individu, debout, de taille 1.80 m à l'aide d'un objectif EF $50 \text{ mm } 1 : 1.2 \text{ L USM}$, assimilable à une lentille mince convergente (\mathcal{L}), de distance focale image fixe $f' = 50.0 \text{ mm}$, associée à un diaphragme de rayon R réglable, supposé placé dans le plan de la lentille mince. Le capteur d'image du boîtier EOS 600D est une matrice contenant 18.7 millions de pixels identiques carrés de côté a disposés dans une matrice rectangulaire de longueur 22.3 mm et de hauteur 14.9 mm . Le sujet, photographié de face, est situé à une distance D du capteur et à une distance d de la lentille (\mathcal{L}). Lorsque le photographe effectue la mise au point sur ce sujet, son image occupe toute la hauteur du capteur.

1. Déterminer numériquement les distances d , D et a .
2. La latitude de mise au point est la distance, comptée sur l'axe optique, qui sépare les deux positions extrêmes de la lentille (\mathcal{L}) entre lesquelles l'image d'un point objet formée sur le récepteur garde une netteté acceptable, c'est-à-dire ici qu'elle soit de taille inférieure à a , taille caractéristique d'un pixel.

Le nombre d'ouverture N de l'objectif est défini par la relation $N = \frac{f'}{2R}$. Pour l'objectif considéré, il est variable dans l'intervalle $[1.2 ; 16]$.

- (a) Comment faire varier N en pratique ?
- (b) Exprimer littéralement la latitude de mise au point en fonction de D , f' , N et a . Calculer sa valeur numérique pour les valeurs minimale et maximale de N . Commenter.

<p>Éléments de réponse :</p> <p>1 - 1. $44.3^\circ > 41.1^\circ$; 2. $i_{\ell, v-e} = 61.0^\circ$.</p> <p>2 - 1. $\sin(i_\ell) = n_\ell/n_v$; 2.</p>	$n_\ell = \sqrt{n_v^2 - \sin^2(\theta)}$; 3. 1.41 ; 4. $n_{\ell, \max} = n_v$. <p>3 - 1. $\overline{O_1 A} \approx -6.5 \text{ mm}$; 3. $\gamma_1 = -3.4$; 4. $\alpha' \approx \gamma_1 \overline{AB}/f'_2$; 5. $G_C \approx 42.5$, $P_i =$</p>	170 m^{-1} . <p>4 - 1. $d = 6.09 \text{ m}$, $D = 6.14 \text{ m}$, $a = 4.21 \mu\text{m}$; 2. $\approx \frac{a f'}{2R} = aN$.</p>
---	---	--

2 Interférences à deux ondes

Exercice 5 - Teinte d'une lame mince : Une goutte d'huile est déposée sur une flaque d'eau. Elle s'étale en surface et forme une mince couche dont on supposera l'épaisseur e constante. L'indice de réfraction de l'huile est $n = 1,5$, supérieur à celui de l'eau. Un observateur regarde un reflet de Soleil, en se plaçant quasiment à la verticale de cette flaque. Il observe une teinte magenta.

1. En considérant uniquement les interférences entre une onde réfléchie sur l'interface air/huile et l'autre sur l'interface huile/eau, écrire la condition d'interférence destructives, en fonction de la longueur d'onde

λ_0 de la lumière dans le vide (ou dans l'air d'indice ≈ 1). *Indication* : La réflexion sur un milieu plus réfringent provoque un déphasage supplémentaire de π .

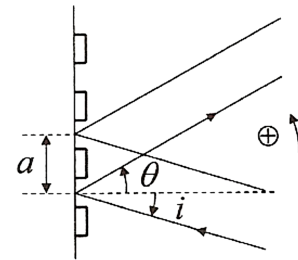
- Expliquer alors pourquoi le reflet est coloré.
- Sachant que le magenta est la teinte complémentaire du vert ($\lambda_0 \approx 550 \text{ nm}$), estimer l'épaisseur e minimale de la couche d'huile donnant cette teinte. Commenter.

Exercice 6 - Surface d'un disque CD : La structure mécanique d'un CD permet de l'assimiler à un réseau par réflexion et explique son aptitude à décomposer la lumière blanche. Suivant un rayon du disque, le pas du réseau est a et l'on note i l'angle d'incidence et θ l'angle de réflexion ; le sens positif des angles est indiqué sur la figure. La lumière est réfléchiée dans les sillons uniquement. L'angle de réflexion n'est pas nécessairement égal à l'angle d'incidence. En effet, les sillons étant petits, un phénomène de diffraction apparaît et l'angle θ est donc quelconque.

- Montrer que la condition d'interférence constructive est, en notant k l'ordre de la diffraction

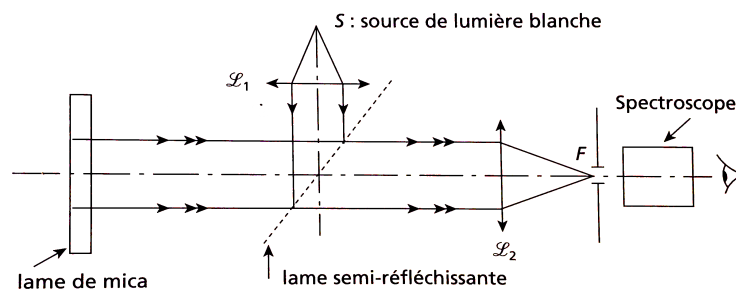
$$\sin \theta + \sin i = \frac{k\lambda}{a}$$

et la commenter. Attention, i est négatif sur le schéma.



- On donne $a = 1.6 \mu\text{m}$ et $i = -10^\circ$. Calculer, pour l'ordre $k = 1$, les deux valeurs extrêmes θ_{\min} et θ_{\max} correspondants aux longueurs d'ondes extrêmes du spectre visible.
- Le faisceau de lumière blanche, parallèle et suffisamment large, pour éclairer complètement un rayon du disque, est toujours placé tel que $i = -10^\circ$. La largeur de la partie enregistrée d'un CD est $\ell = 33 \text{ mm}$. À quelle distance minimale D_m faut-il approcher son œil pour commencer à voir l'ensemble du spectre visible ?

Exercice 7 - lame mince et spectre cannelé : Le montage suivant permet d'obtenir des interférences à deux ondes aboutissant, en lumière blanche, à la formation d'un spectre cannelé (spectre traversé de bandes sombres manifestant l'absence de certaines longueurs d'onde dans le spectre).

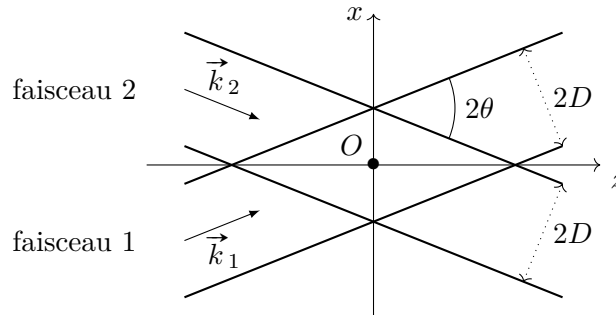


F est la fente d'un spectroscopie fournissant à l'observateur un spectre de la lumière éclairant F . Dans ce montage, les interférences se produisent entre les rayons qui, sous incidence normale, se réfléchissent d'une part sur la face avant de la lame de mica, d'autre part sur la face arrière de cette même lame. On désignera par n l'indice de cette lame ($n = 1.57$) et on notera e son épaisseur.

- Expliquer l'origine des bandes sombres dans le spectre. Comment calculer les longueurs d'onde correspondantes ?
- Entre $\lambda_1 = 0.47 \mu\text{m}$ et $\lambda_2 = 0.63 \mu\text{m}$, on observe $N = 40$ bandes sombres dans le spectre (extrémités λ_1 et λ_2 comprises). En déduire l'épaisseur de la lame de mica.

Exercice 8 - Vélométrie laser : La mesure de la vitesse d'un fluide peut s'effectuer directement par voie optique sans perturbation de l'écoulement. La recombinaison de deux faisceau 1 et 2 issus d'un même laser crée une figure d'interférences dans un petit domaine de l'espace centré sur le point de mesure. Chaque faisceau est une onde plane monochromatique de longueur d'onde dans le vide $\lambda_0 = 520 \text{ nm}$. Lorsqu'une particule solide de petites dimensions, entraînée par l'écoulement, traverse cette figure, elle rencontre des zones alternativement brillantes et sombres. Éclairée par cette figure d'interférences, elle

réémet par diffusion une onde lumineuse reçue par un détecteur. La différence de marche est nulle au point O . L'indice du fluide vaut $n = 1.33$.

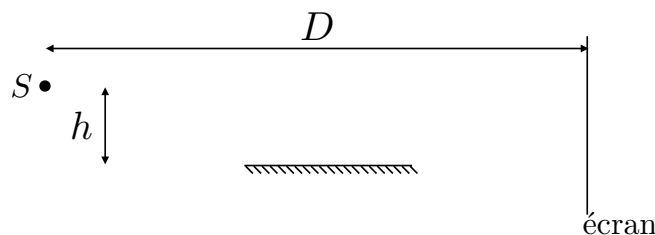


1. Calculer la largeur AB de la figure d'interférences en $z = 0$ sachant que $2D = 1.0$ mm et $\theta = 5^\circ$.
2. Calculer l'ordre d'interférences en un point M de la figure d'interférences situé sur le plan $z = 0$. En déduire l'interfrange i et le nombre de franges brillantes contenues dans le champ en $z = 0$.
3. Une particule se déplace à la vitesse $\vec{v} = v\vec{e}_x$. Calculer la vitesse de fluide sachant que la période du signal reçu par le détecteur vaut 50 ms.

<p>Éléments de réponse :</p> <p>5 - 1. $\lambda_0 = \frac{2ne}{p}$; 3. $e = 180$ nm.</p>	<p>6 - 2. 25.1° et 42.3° ; 3. 7.5 cm.</p>	<p>8 - 1. 1.0 mm ; 2. $p = \frac{\delta}{\lambda} = 2n \sin \theta \frac{x}{\lambda}$, $i = 2.24$ μm, ≈ 450 franges ; 3. 45×10^{-6} m/s.</p>
	<p>7 - 2. 23 μm.</p>	

3 Fentes et trous d'Young

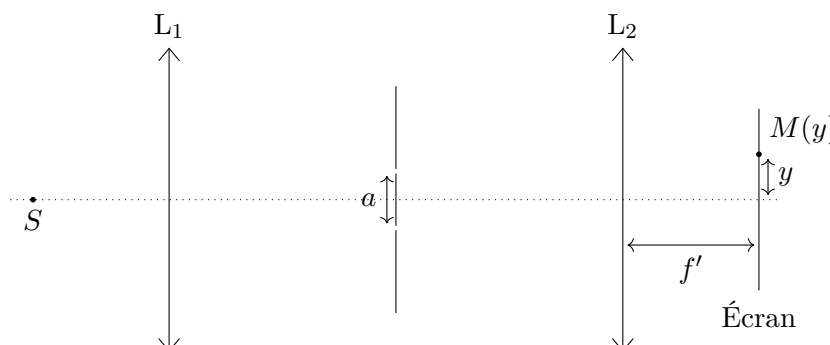
Exercice 9 - Miroir de Lloyd : On place une source S monochromatique et un miroir de Lloyd comme sur la figure ci-dessous.



La distance entre la source S et l'écran est D et la distance entre S et le plan contenant la surface du miroir est h .

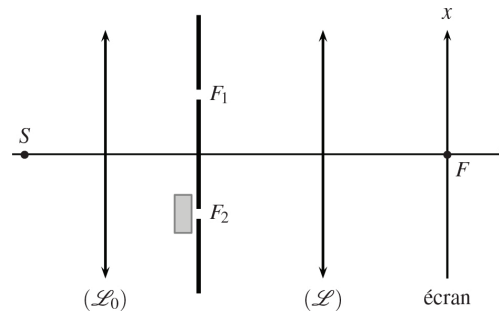
1. Déterminer l'interfrange des franges observées sur l'écran. Faire l'application numérique avec $\lambda = 0.5$ μm , $h = 1$ mm et $D = 4$ m.
2. On donne la largeur du miroir $l = 10$ cm et la distance du bord droit du miroir à l'écran, $d = 380$ cm. Déterminer numériquement le nombre de franges que l'on peut observer sur l'écran.

Exercice 10 - Fentes d'Young avec double lentilles : On considère une source de lumière ponctuelle et monochromatique placée au foyer objet d'une lentille convergente (L_1). Elle éclaire deux fentes de Young distantes de a . On observe les interférences en un point M (ordonnée y) d'un écran situé au foyer image d'une seconde lentille convergente (L_2) de focale f' .



1. Exprimer l'éclairement sur l'écran en un point M . Quelle est la figure d'interférence ? Quelle est l'interfrange ?
2. On décale la source ponctuelle d'une distance d selon la verticale (elle est toujours dans le plan focal objet de (L_1)). Que se passe-t-il ?
3. Qu'observe-t-on si on introduit avant une des fentes un matériau transparent d'épaisseur e et d'indice n ? Est-on capable de remonter à la valeur de e ou n ? Si oui, comment ?

Exercice 11 - Frange achromatique : On considère le dispositif des fentes d'Young en lumière monochromatique avec observation dans le plan focal image d'une lentille \mathcal{L} , la source étant placée au foyer objet d'une lentille \mathcal{L}_0 .



1. Décrire la figure d'interférence observée ainsi que la répartition de l'intensité $I(x)$ sur l'écran. Calculer l'interfrange pour $F_1F_2 = a = 1 \text{ mm}$, $\lambda_0 = 600 \text{ nm}$ et $f' = 50 \text{ cm}$.
2. Une lame de verre d'épaisseur e , d'indice n , est placée devant F_2 (voir figure). Déterminer la nouvelle position de la frange centrale. De combien d'interfranges s'est-elle déplacée ? Faire l'application numérique pour $n = 1.50$ et $e = 0.01 \text{ mm}$.

On remplace désormais la source monochromatique par une source de lumière blanche. L'indice du verre varie avec la longueur d'onde dans le vide selon la loi de Cauchy

$$n(\lambda) = A + \frac{B}{\lambda^2} \quad \text{où} \quad A = 1.489 \quad \text{et} \quad B = 0.004 \mu\text{m}^2 .$$

On appelle frange achromatique celle pour laquelle $\frac{\partial \Delta\varphi}{\partial \lambda}(\lambda_0) = 0$ pour $\lambda_0 = 600 \text{ nm}$, longueur d'onde moyenne du spectre visible, et avec $\Delta\varphi$ le déphasage entre les deux rayons.

3. Déterminer la position de la frange achromatique. Donner, en interfrange, l'écart entre la frange achromatique et la frange centrale trouvée à la question précédente

Pour mesurer l'épaisseur e d'une lame à faces parallèles d'indice n , on mesure l'écart entre les positions, sur l'écran, de l'unique frange blanche (qui est aussi la mieux contrastée) avant et après l'introduction de la lame.

4. Quelle erreur relative commet-on sur la mesure de e si on considère $n = 1.500$ indépendamment de la longueur d'onde ?
5. Dans cette question, on néglige la dispersion ($B = 0$). Sachant que le dispositif des fentes d'Young permet d'obtenir des différences de marches géométriques allant de 0 à $10 \mu\text{m}$, quelle est la valeur maximale de e qui peut être mesurée par cette méthode ? Qu'observe-t-on si on prend une lame ayant 1 mm d'épaisseur ? On rappelle que la longueur de cohérence de la lumière blanche peut être estimée en pratique à environ $3 \mu\text{m}$.

Exercice 12 - Source à spectre rectangulaire : Considérons une source lumineuse théorique émettant un spectre lumineux dont les fréquences sont strictement comprises entre ν_1 et ν_2 . Cette distribution est uniforme. Elle éclaire deux trous de Young séparés de la distance a qui éclairent un écran situé à la distance D des sources et parallèle au plan de celle-ci. Un point M de l'écran est repéré par la différence de marche δ des deux ondes passant par chacun des trous arrivant en M .

L'intensité lumineuse reçue au point M sur fonction de la différence de marche δ vaut

$$I(\delta) = \int_{\text{Tout le spectre}} dI(\delta, \nu) = A \int_{\nu_1}^{\nu_2} \left(1 + \cos \left(\frac{2\pi\delta}{c} \nu \right) \right) d\nu .$$

1. Justifier cette relation.
2. Montrer que cette intensité peut s'écrire

$$I(\delta) = I_0 \left(1 + C(v) \cos \left(\frac{2\pi\delta}{\lambda_m} \right) \right)$$

avec I_0 , v , $C(v)$ et λ_m à définir.

3. Retrouver le critère semi-qualitatif de brouillage spectral.
4. Pourquoi cette modélisation n'est pas compatible avec l'interprétation de la longueur de cohérence.

Exercice 13 - Numérique - Source lorentzienne : Considérons une source lumineuse dont la densité spectrale est proportionnelle à une courbe lorentzienne, soit

$$\Phi(\nu, \nu_0, G) = \frac{G}{(\nu - \nu_0)^2 + G^2}.$$

Cet élargissement apparaît naturellement pour les sources à cause du principe d'incertitude d'Heisenberg (qui élargit les niveaux d'énergie) et, de façon similaire, à cause des collisions entre les atomes qui perturbent le processus d'émission. Pour ce type de profil spectral, on néglige en particulier les effets Doppler dus au mouvement des atomes dans le gaz composant la source spectrale.

1. Montrer algébriquement que, à ν_0 fixé, la largeur à mi-hauteur de la courbe est donnée par $\Delta\nu = 2G$ puis tracer Φ .

Cette source lumineuse éclaire deux trous de Young séparés de la distance a qui éclairent un écran situé à la distance D des sources et parallèle au plan de celle-ci. Un point M de l'écran est repéré par la différence de marche δ des deux ondes passant par chacun des trous arrivant en M .

On admet que l'intensité lumineuse reçue au point M sur fonction de la différence de marche δ vaut

$$I(\delta) = \int_0^{+\infty} dI(\delta) = I_0 \int_0^{+\infty} \left(1 + \cos \frac{2\pi\delta}{c} \nu \right) \tilde{\Phi}(\nu) d\nu$$

avec $\tilde{\Phi}$ la fonction de Lorentz normalisée, centrée autour de ν_0 et de largeur à mi-hauteur $\Delta\nu$ fixée.

2. Justifier que, numériquement, cette intégrale puisse s'approximer par la somme

$$\frac{I(\delta)}{I_0} \approx \frac{1}{\sum_{i=1}^N \Phi(\nu_i, \nu_0, \Delta\nu/2)} \sum_{i=1}^N \left(1 + \cos \frac{2\pi\delta}{c} \nu_i \right) \Phi(\nu_i, \nu_0, \Delta\nu/2)$$

avec ν_i des fréquences uniformément répartie entre deux valeurs arbitraires dont on précisera le critère de sélection.

3. Calculer puis tracer numériquement en fonction de la différence de marche δ l'intensité d'une source de fréquence $\nu_0 = 6 \times 10^{14}$ Hz et de largeur à mi-hauteur $\Delta\nu = 6 \times 10^{13}$ Hz.
4. Est-ce que le critère qualitatif du cours de brouillage est vérifié ?

<p>Éléments de réponse :</p> <p>9 - 1. $i = 1$ mm ; 2. 20 franges.</p> <p>10 - 1. $i = \frac{\lambda f'}{a}$; 2. $\delta = \frac{a}{f'} y \pm a \frac{d}{f_1}$; 3.</p>	$\delta = \frac{a}{f'} y \pm (n-1)e.$ 11 - 2. 8.3 ; 3. -0.37 ; 4. 4.4 % 5. Brouillage.	<p>12 - 2. $I_0 = A(\nu_2 - \nu_1)$, $\lambda_m = \frac{2c}{\nu_1 + \nu_2}$, $C(v) = \frac{\sin v}{v}$ et $v = \frac{\pi\delta}{c}(\nu_2 - \nu_1)$.</p>
--	--	---

4 Interféromètre de Michelson

Exercice 14 - Détermination de l'indice de l'air : On prend un interféromètre de Michelson réglé en coin d'air. On note α l'angle (très faible) entre les deux miroirs. La source de lumière est un laser de longueur d'onde $\lambda = 632.8$ nm en incidence normale.

On note n l'indice de l'air et μ sa masse volumique. L'air supposé parfait suit la loi de Gladstone $(n-1)/\mu = \text{Cste}$. La pression atmosphérique vaut 1013 hPa. Sur le trajet de l'un des faisceaux, on interpose une cuve à faces parallèles d'épaisseur $e = 10$ mm. Avec une pompe à main, on abaisse la pression de 700 mbar. Avec une vis, on fait rentrer progressivement de l'air à température ambiante. On mesure 6 franges qui défilent en un point de l'écran.

1. Réaliser un schéma du dispositif.
2. Calculer la différence de marche sans la cuve et avec la cuve.
3. En déduire l'indice de l'air à 1013 hPa. La valeur tabulée étant 1.000 277 à température ambiante, conclure sur la mesure.

Exercice 15 - Épaisseur des anneaux en lame d'air : Un interféromètre de Michelson est constitué par une lame semi-réfléchissante, non absorbante, appelée séparatrice (S_p), dont les facteurs de transmission et de réflexion valent $1/2$, et 2 miroirs plans (M_1) et (M_2) perpendiculaires l'un à l'autre. La lame (S_p) est inclinée de 45° par rapport aux normales des miroirs. L'interféromètre est plongé dans l'air dont on prendra l'indice de réfraction égal à 1.

La source S est ponctuelle et monochromatique de longueur d'onde λ . Par construction, l'écart entre les deux miroirs équivalents parallèles est de ℓ . On observe le phénomène d'interférences dans le plan focal P d'une lentille mince convergente de distance focale f' .

1. Montrer que les franges d'interférences obtenues dans P sont des anneaux. En supposant l'ordre d'interférence p_0 entier au centre ($i = 0$), calculer les rayons des anneaux brillants.
2. Calculer la demi-largeur des anneaux, définie en disant que si, dans la direction du maximum de lumière l'intensité est I_M , on trouve à demi-largeur l'intensité $I_M/2$.

Exercice 16 - Mesures de longueurs d'onde à l'aide d'un interféromètre de Michelson : On règle un interféromètre de Michelson de sorte que les deux miroirs M_1 et M_2 soient rigoureusement orthogonaux entre eux. L'image M_2' est alors rigoureusement parallèle à M_1 .

Le miroir M_2 est monté sur un chariot permettant de le déplacer parallèlement à lui-même ; la position de ce chariot est repérée par son abscisse x comptée à partir d'une origine arbitraire. Cette abscisse augmente lorsque le miroir s'éloigne de la séparatrice.

Les centres des miroirs sont supposés confondus pour la valeur x_0 de x . On dit que les miroirs sont en contact optique. La position du chariot est repérée avec une précision Δx de l'ordre de $1/500$ mm en interpolant au mieux la lecture de la graduation d'un tambour.

L'ensemble est éclairé par une source S supposée assez large pour que des rayons de différentes inclinaisons pénètrent dans l'interféromètre. Au besoin, on intercale une lentille convergente entre S et l'interféromètre.

À la sortie, on dispose une lentille convergente L et on enregistre l'intensité lumineuse grâce à un détecteur placé au foyer F' de cette lentille, détecteur dont l'entrée est limitée par un diaphragme de très petite dimension.

Enfin, l'indice de l'air est ici assimilé à celui du vide.

1. Quel type de franges obtient-on avec ce réglage de l'interféromètre ?
2. Quelle est, en fonction de x et x_0 , la différence de marche δ des rayons qui interfèrent en F' ?
3. La source S est monochromatique ; sa longueur d'onde dans le vide est notée λ_0 . On part de $x = x_0$ (l'intensité lumineuse en F' est alors maximale) et on augmente progressivement x ; l'intensité lumineuse en F' passe alors par des maxima et des minima.
 - (a) Montrer que cette intensité se met sous la forme $I(\delta) = I_0(1 + f_1(\delta))$ et expliciter $f_1(\delta)$.
 - (b) La source S est une lampe à vapeur de mercure dont la raie verte est isolée grâce à un filtre. La valeur de x correspondant à l'épaisseur nulle est $x_0 = 30.255$ mm. En déplaçant le chariot jusqu'à $x_1 = 30.803$ mm, on voit apparaître successivement 2000 maxima lumineux en F' , extrémités comprises. On précise que la position de F' correspond à un maximum. En déduire la longueur d'onde de cette raie verte et évaluer l'incertitude-type de celle-ci. Est-ce compatible avec la valeur tabulée de $\lambda = 546.1$ nm ?

On reprend le montage précédent en changeant la source S . Elle correspond maintenant à un doublet, c'est-à-dire à deux raies spectrales de longueurs d'ondes voisines notées λ_1 et $\lambda_1 + \Delta\lambda$ avec $\Delta\lambda \ll \lambda$. Ces deux raies - les deux composantes du doublet - ont même intensité.

4. Montrer que l'intensité lumineuse en F' est de la forme $I(\delta) = I_0(1 + C(\delta)f_2(\delta))$. Donner les expressions des fonctions C et f_2 . En déduire l'existence de deux périodes en δ que l'on notera a_1 et a_2 avec $a_2 \gg a_1$.
5. Montrer que le contraste s'annule pour certains valeurs de x_m de x que l'on précisera.

6. La première annulation du contraste se fait pour $x = 30.295$ mm. En déduire l'écart $\Delta\lambda$ et évaluer l'incertitude-type de celui-ci.

On opère avec le doublet jaune du mercure dont la longueur d'onde moyenne est $0.578 \mu\text{m}$ a été mesurée avec la méthode des questions précédentes. La valeur x_0 correspondant à l'épaisseur nulle est toujours $x_0 = 30.255$ mm.

En déplaçant le chariot dans un sens ou dans l'autre à partir de x_0 , on note les valeurs x_m de x correspondant à un contraste nul.

m	- 7	- 6	- 5	- 4	- 3	- 2	- 1
x (mm)	29.735	29.815	29.890	29.972	30.050	30.130	30.210
m	0	1	2	3	4	5	6
x (mm)	30.295	30.375	30.447	30.533	30.615	30.683	30.762

7. En utilisant cette fois toutes les données, en déduire l'écart $\Delta\lambda$ et évaluer l'incertitude-type de celui-ci. Est-ce compatible avec la valeur tabulée de $\Delta\lambda = 2.1065$ nm ?

Exercice 17 - Frange d'ordre zéro et frange achromatique : On étudie un interféromètre de Michelson. Le miroir M_2 est fixe, le miroir M_1 peut être déplacé parallèlement à lui-même grâce à un chariot sur lequel il est monté. La position du chariot est repérée par son abscisse x . On compte positivement une augmentation du chemin optique du rayon arrivant sur le miroir M_1 .

Initialement, l'interféromètre est réglé de façon à faire apparaître dans le champ quelques franges rectilignes. La frange brillante d'ordre zéro est au centre du champ pour $x = x_0$.

1. Préciser le réglage du Michelson. Où sont localisées les interférences ? Peut-on les projeter ? Comment peut-on s'assurer que la frange située au centre de l'écran est bien la frange brillante d'ordre zéro ?
2. On introduit devant M_2 et parallèlement à celui-ci une lame de mica à faces parallèles d'indice $n(\lambda_0)$ (on considère que la dispersion du verre) et d'épaisseur e et on opère ici en lumière monochromatique de longueur d'onde λ_0 . Quelle est, pour une position x du chariot et une longueur d'onde donnée la différence de marche δ au centre du champ ? On donnera le résultat en fonction de x , x_0 , n et e .
3. Quelle est la valeur x_1 de x pour laquelle l'ordre d'interférence est nul au centre du champ ? On donnera le résultat en fonction de x_0 , n et e .
4. On reprend le montage précédent en lumière blanche.
 - (a) Quelles sont les abscisses correspondant, pour une longueur d'onde λ donnée, à une frange brillante au centre de l'écran ? On notera m l'ordre d'interférence correspondant.
 - (b) On suppose que pour la lame en question, $dn/d\lambda$ est constant et connu. Montrer qu'il existe une valeur particulière x_2 de x correspondant à une frange brillante au centre de l'écran de même ordre m_0 pour toutes les longueurs d'ondes. Cette frange est appelée frange achromatique.

<p>Éléments de réponse :</p> <p>14 - 2. Avec cuve $\delta = 2n\alpha x \pm 2\Delta ne$; 3. 1.000 274.</p> <p>15 - 2. $e_p = R_p/(4p)$.</p>	<p>16 - 2. $\delta = 2(x - x_0)$; 3. (548.0 ± 1.6) nm ;</p> <p>4. $a_1 = \lambda$, $a_2 = \frac{2\lambda^2}{\Delta\lambda}$; 5. $x_m = \frac{2m+1}{4} \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda} + x_0$ avec $m \in \mathbb{Z}$; 6.</p>	<p>$\Delta\lambda = (2.088 \pm 0.085) \times 10^{-9}$ m; 7. $\Delta\lambda = (2.074 \pm 0.020) \times 10^{-9}$ m.</p> <p>17 - 2. $\delta = 2(n - 1)e - 2(x - x_0)$; 3. $x_1 = x_0 + (n - 1)e$; 4. $m = -2 \frac{dn}{d\lambda} e$.</p>
---	--	--

5 Pour aller plus loin : principe de Fermat

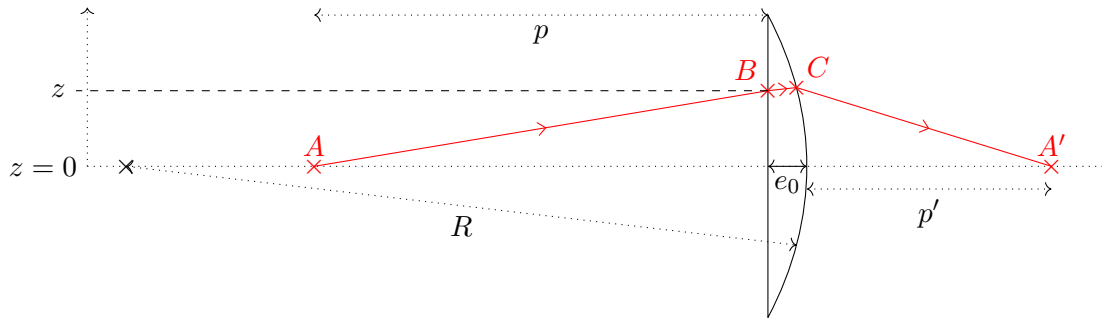
Exercice 18 - Principe de moindre temps :

Sur la plage, un sauveteur S aperçoit dans l'eau une personne en détresse P. Sur la plage, il court à la vitesse v_s et nage à la vitesse $v_e < v_s$.

1. Quel chemin doit-il emprunter pour sauver de la noyade au plus vite le nageur en détresse ?
2. Quel est le lien avec la seconde loi de Descartes ?



Exercice 19 - Principe de Fermat et lentille mince : Considérons une lentille mince convergente taillée dans un bloc de verre. La face exposée à l'objet est plane tandis que l'autre est sphérique de rayon R . On note e_0 l'épaisseur de la lentille sur son axe de révolution et on suppose que $e_0 \ll R$. On prend $n_{\text{air}} = 1$.



On se place dans les conditions de Gauss.

1. Montrer que l'épaisseur $e(z)$ de la lentille à la hauteur z peut d'approximer, dans les conditions de Gauss, par $e(z) \approx e_0 - \frac{z^2}{2R}$.

Soit un point objet A conjugué d'un point image A' . On note p la distance entre A et le dioptré d'entrée de la lentille et p' la distance entre A' et le dioptré sphérique de sortie de la lentille.

2. Justifier que $(BC) \approx ne(z)$.
3. Montrer que, dans le cadre de l'approximation de Gauss, le chemin optique du rayon incident avant la lentille vaut

$$(AB) = p + \frac{z^2}{2p}.$$

4. Montrer que, dans le cadre de l'approximation de Gauss, le chemin optique du rayon émergent après la lentille vaut

$$(CA') = p' + e_0 - e(z) + \frac{z^2}{2p'}.$$

5. En appliquant le principe de Fermat, retrouver la relation de conjugaison d'une lentille mince et en déduire la distance focale de la lentille en fonction de R .

Éléments de réponse :

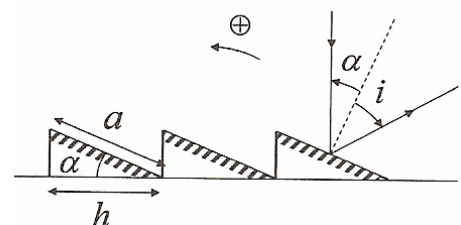
18 - 1. $v_e \sin \theta_s = v_s \sin \theta_e$.

19 - 5. $f' = \frac{R}{n-1}$.

6 Pour aller encore plus loin : interférences à N ondes

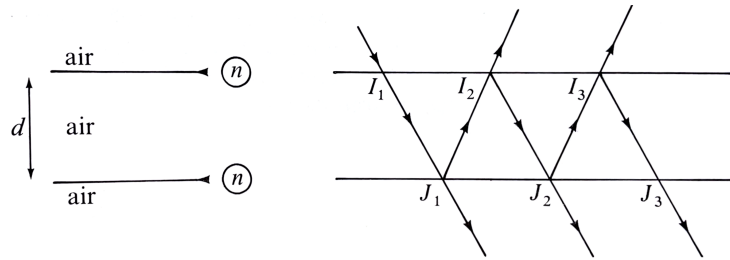
Exercice 20 - Réseau à échelottes : De petits miroirs (ou facettes) en nombre N important, de longueur a , sont inclinés sur le plan d'un réseau par réflexion d'un angle α (le pas est $h = a \cos \alpha$). Un faisceau lumineux de longueur d'onde λ arrive normalement au plan du réseau.

1. Calculer le déphasage $\Delta\varphi$ entre les différents rayons.
2. En déduire l'intensité lumineuse observée dans la direction i .
3. En réalité, cette intensité est modulée par la diffraction, l'intensité maximale est observée dans la direction de l'image géométrique. Indiquer l'ordre d'interférence dans cette direction.
4. Quel est l'intérêt de ce réseau par rapport au réseau constitué de fentes ?



Exercice 21 - Interféromètre de Fabry et Pérot : Un interféromètre de Fabry et Pérot est constitué par une lame à faces parallèles d'air (d'indice 1), d'épaisseur d , emprisonnée entre deux lames de verre d'indice n , dont on négligera ici l'épaisseur, et dont les faces qui sont en contact avec la lame d'air sont traitées optiquement (cf figure ci-dessous).

On éclaire la lame par une source monochromatique de longueur d'onde λ , à l'aide d'un condenseur, afin d'obtenir tous les angles d'incidence possibles. Un rayon incident SI_1 donne naissance aux différents rayons indiqués sur la figure ci-dessous.



On appelle r le facteur de réflexion relatif aux amplitudes des interfaces air-verre, et $\rho = r^2$ le facteur de réflexion relatif au flux d'énergie de chacune de ces surfaces. Dans l'interféromètre de Fabry et Pérot, un traitement optique des surfaces permet de donner à ρ une valeur quelconque comprise entre 0 et 1.

On s'intéresse aux phénomènes d'interférences par transmission. On appelle φ la différence de phase entre deux rayons consécutifs transmis dans la direction i .

1. Montrer que $\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} 2d \cos i$.

2. Montrer que l'intensité dans la direction i peut se mettre sous la forme $I(i) = \frac{I_M}{1 + a \sin^2\left(\frac{\varphi}{2}\right)}$ où a s'exprime en fonction de ρ . Que représente I_M ?

3. On appelle facteur de contraste l'expression $C = \frac{I_M - I_m}{I_M + I_m}$. Donner son expression en fonction de ρ . Comment doit-on le choisir si l'on désire obtenir des franges lumineuses fines sur fond obscur ?

L'interféromètre a une épaisseur $d = 1$ cm ; on recueille les rayons émergents au moyen d'une lentille convergente de distance focale $f' = 1$ m, et on observe les anneaux dans le plan focal de celle-ci ; la lampe émet la radiation $\lambda = 0.4427$ μm . On pose $p_0 = \frac{2d}{\lambda}$ l'ordre au centre de la figure que l'on supposera entier.

4. Calculer les rayons des anneaux en fonction de leur numéro $j = |p_0 - k|$.

Soit un atome émettant une raie de fréquence ν . Si l'on soumet cet atome à un champ magnétique \vec{B} uniforme et constant, on peut observer, dans une certaine direction perpendiculaire à celle du champ magnétique, trois radiations de fréquences $\nu - \Delta\nu$, ν et $\nu + \Delta\nu$ où $\Delta\nu$ est donné par $\Delta\nu = \frac{eB}{4\pi m}$ où e désigne la valeur absolue de la charge de l'électron, m sa masse. Dans la pratique, on a $\Delta\nu \ll \nu$.

Pour chaque ordre, on observe alors non plus un, mais trois anneaux de rayon $R - \Delta R$, R et $R + \Delta R$. Pour un champ magnétique $B = 0.1$ T, on mesure les résultats regroupés dans le tableau suivant, k étant l'ordre d'interférence.

Ordre k	1	2	3	4	5
$R + \Delta R$ (mm)	6.81	9.41	11.44	13.15	14.67
R (mm)	6.50	9.19	11.26	13.00	14.54
$R - \Delta R$ (mm)	6.20	8.98	11.09	12.85	14.40

5. Les longueurs d'onde $\lambda - \Delta\lambda$, λ et $\lambda + \Delta\lambda$ étant très voisines, l'ordre d'interférence est le même pour ces trois anneaux. En déduire que $i\Delta i \approx \frac{\Delta\lambda}{\lambda}$ puis que $\frac{R\Delta R}{f'^2} \approx \frac{\Delta\lambda}{\lambda}$.

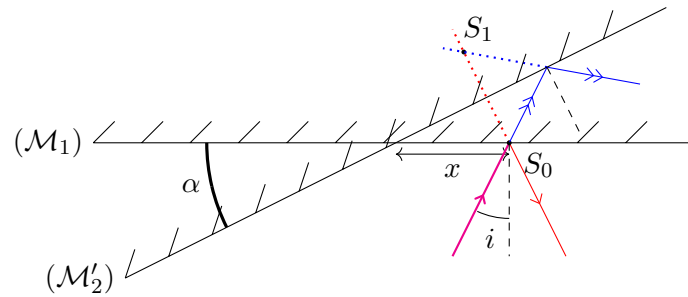
6. En déduire le rapport $\frac{e}{m}$ dont on donnera la valeur numérique ainsi que son incertitude-type.

On rappelle que $e = 1.602\,176\,634 \times 10^{-19}$ C par définition et $m \approx 9.1094 \times 10^{-31}$ kg.

<p>Éléments de réponse :</p> <p>20 - 1. $\delta = h \sin(i - \alpha)$; 3. $i = -\alpha$.</p>	$\left \right.$	<p>21 - 2. $I_M = \frac{a_0^2}{2(1-\rho)^2}$ et $a = \frac{4\rho}{(1-\rho)^2}$;</p>	$\left \right.$	<p>3. $C = \frac{2\rho}{1+\rho^2}$; 4. $R_j = f' \sqrt{\frac{j\lambda}{d}}$; 6. $\frac{e}{m} = (1.754 \pm 0.016) \times 10^{11}$ C/kg.</p>
---	------------------	--	------------------	---

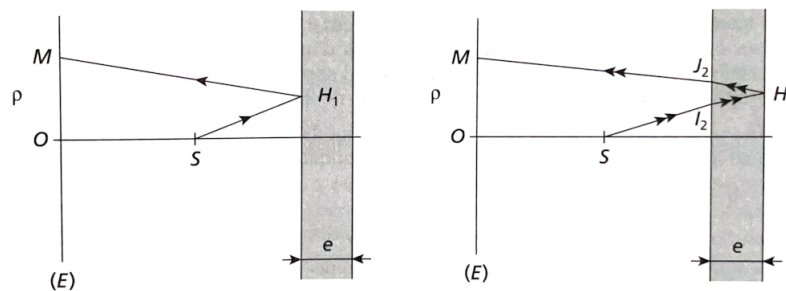
7 Pour aller toujours plus loin...

Exercice 22 - Différence de marche de l'interféromètre de Michelson en coin d'air en incidence non nulle : On souhaite dans cet exercice déterminer la différence de marche de l'interféromètre de Michelson en coin d'air en incidence non nulle. On rappelle le schéma ainsi que les notations ci-dessous.



1. Justifier les que les interférences les mieux contrastées sont situées au point S_1 .
2. Justifier que la différence de marche δ en S_1 vaut exactement (S_1S_0) .
3. Justifier que $\delta = 2x \frac{\sin \alpha}{\cos(\alpha - i)}$. Est-ce justifié de négliger i au voisinage de l'incidence normale ?

Exercice 23 - lame de Pöhl : Une lame à face parallèle en verre, d'épaisseur e et d'indice n , est éclairée par une source ponctuelle S située à une distance $d \gg e$ de celle-ci. Un écran plan, située à la distance D de la lame à faces parallèles est éclairé par la lumière réfléchiée sur la face antérieure et aussi par la lumière réfléchiée sur la face postérieure de la lame. Un même point M de l'écran, situé à la distance $\rho \ll D$ du centre O reçoit donc deux rayons notés SH_1M et $SI_2H_2J_2M$ sur les figures suivantes. La source S émet une lumière de largeur spectrale négligeable et de longueur d'onde dans le vide λ_0 . La lame à face parallèles, ainsi utilisée, constitue un interféromètre.



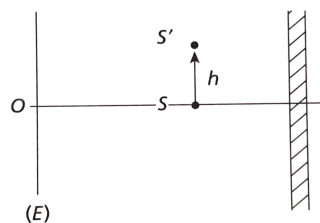
1. Montrer que la différence de marche vaut

$$\delta = (SI_2H_2J_2M) - (SH_1M) \approx 2ne - \frac{e}{n} \frac{\rho^2}{(D+d)^2}.$$

Décrire qualitativement la figure d'interférence observée.

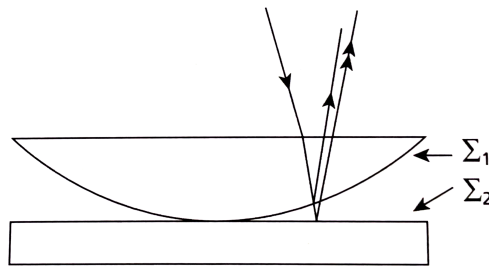
On appelle p_0 l'ordre d'interférence au point O de l'écran, correspondant à $\rho = 0$ et on suppose que cet ordre est entier. Soit p l'ordre d'interférence en un point M quelconque ; on pose $p = p_0 - m$. On admet qu'il est nécessaire de rajouter $\lambda_0/2$ à la différence de marche pour tenir compte de la réflexion d'un milieu moins réfringent sur un milieu plus réfringent.

2. Donner l'expression du rayon ρ_m de l'anneau sombre m compté à partir du centre de l'écran. Mettre ρ_m sous la forme $\rho_m = \rho_1 \sqrt{m}$.
3. On prend $e = 20 \mu\text{m}$, $d = 20 \text{ cm}$, $D = 80 \text{ cm}$, $\lambda_0 = 580 \text{ nm}$ et $n = 1.5$. Calculer ρ_i pour i allant de 1 à 6. On déplace la source S d'une distance h parallèlement au plan de la lame (cf figure ci-dessous).



4. Comment le système de franges dans le plan de l'écran (E) est-il modifié ? Quelle valeur maximale peut-on donner à l'étendue d'une source large remplaçant S pour que les cinq premiers anneaux soient encore visibles ?

Exercice 24 - Anneaux de Newton : Un dispositif très simple, dû à Newton, permet d'obtenir une lame d'air d'épaisseur variable. Une lentille de très grand rayon est accolée à une lame plane de verre elle-même très bien polie.



On observe les interférences se produisant sous incidence quasi-normale entre les rayons réfléchis d'une part sur la face convexe de rayon de courbure R d'une lentille, d'autre part sur la face plane de la lame de verre sur laquelle cette lentille prend appui. Le dispositif est éclairé en lumière monochromatique de longueur d'onde dans le vide λ_0

1. En déduire, à partir du théorème de localisation, le lieu des interférences.
2. Montrer que la différence de marche vaut approximativement $\frac{x^2}{R}$ avec x la distance mesurée par rapport au point de contact lentille/plan.
3. On admet qu'il est nécessaire de rajouter $\lambda_0/2$ à la différence de marche pour tenir compte de la réflexion d'un milieu moins réfringent sur un milieu plus réfringent. En déduire la loi donnant le rayon x_k des anneaux sombres comptés à partir du centre la figure.
4. Un viseur muni d'une vis micrométrique permet la mesure des rayons des anneaux sombres en lumière du sodium ($\lambda_0 = 0.5893 \mu\text{m}$). On obtient $x_{10} = 1.39 \text{ cm}$, $x_{20} = 1.99 \text{ cm}$ et $x_{30} = 2.42 \text{ cm}$. En déduire le rayon de courbure R de cette face de la lentille.
5. Quelle est l'allure de la figure si on éclaire en lumière blanche ? Où peut-on voir ce phénomène dans la vie quotidienne ?

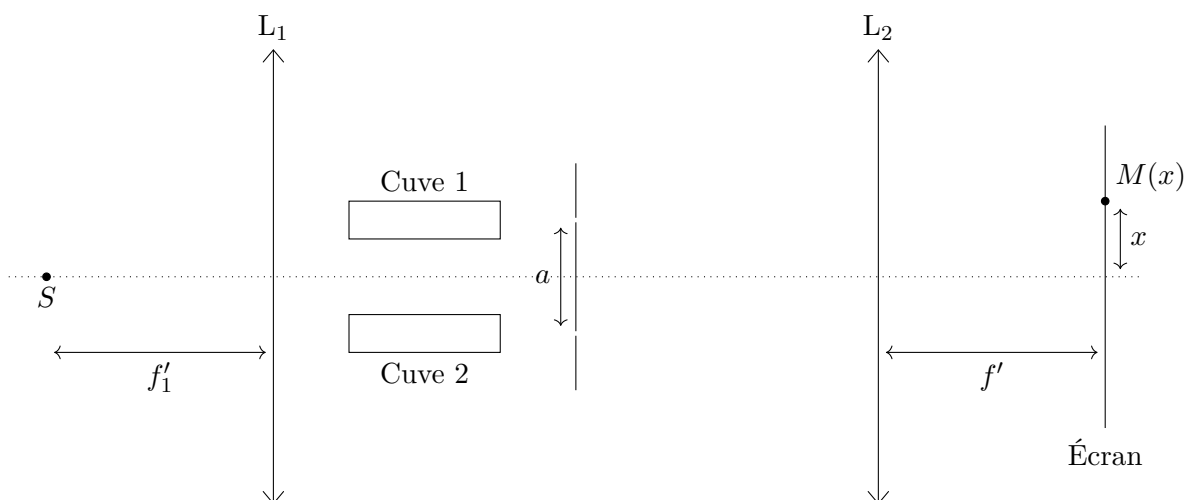
Éléments de réponse :

23 - 2. $\rho_m = (D + d)\sqrt{m\lambda_0 n/e}$.

24 - 3. $x_k = \sqrt{k\lambda_0 R}$; 4. $(33.20 \pm 0.22) \text{ cm}$.

8 Sujets d'oraux

Oral 1 - CCINP - Indice optique de l'azote : On considère le montage ci-dessous.



La source est monochromatique de longueur d'onde $\lambda = 623 \text{ nm}$. Les cuvettes sont préalablement remplies d'air d'indice optique $n_{\text{air}} = 1.000\,292\,6$. On note ℓ la longueur de la cuvette. On prend $f' = 10 \text{ cm}$, $a = 10 \text{ mm}$ et $\ell = 10 \text{ cm}$.

- 1.(a) Quelle est la figure d'interférence ?
- (b) Exprimer la différence de marche δ puis l'intensité lumineuse $I(M)$.
- (c) Donner l'interfrange.
- (d) La frange centrale est-elle sombre ou claire ?
2. La cuve 2 est maintenant remplie d'azote pur d'indice optique $n_{\text{azote}} = 1.000\,3970$.
- (a) Exprimer la nouvelle différence de marche.
- (b) Combien de franges vont défiler pendant le remplissage ?
- (c) Les franges vont-elles se déplacer vers les x croissant ou décroissant ?
- (d) Quel est l'intérêt de ce montage ?

Oral 2 - Mines-Ponts - Michelson en lame d'air : On étudie un interféromètre de Michelson réglé en lame d'air. On place la source monochromatique de longueur d'onde 500 nm au foyer objet d'une lentille convergente de focale 10 cm. L'écran est placé sur le plan focal image d'une lentille convergente de focale 100 cm. L'épaisseur de la lame d'air est de 2 mm.

1. La source est ponctuelle, que voit-on sur l'écran ?
2. On prend une source étendue de 2 cm de diamètre. Que voit-on sur l'écran ? Quelle est la taille de l'image ? Combien vont-on d'anneaux ?

<p>Éléments de réponse :</p> <p>1 - 1. b. $\delta = \frac{ax}{f'}$, c. $i = \lambda f'/a$ 2. a.</p>	$\delta' = \frac{ax}{f'} + (n_{\text{azote}} - n_{\text{air}})\ell$, b. 16.8 franges.	<p>2 - 2. Disque image de rayon 10 cm, 40 anneaux.</p>
---	--	---
