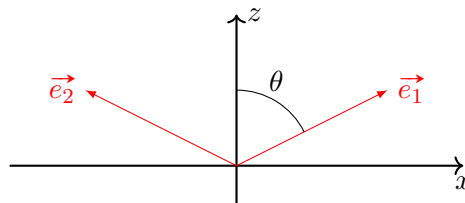


Colle n° 17 : Electromagnétisme 8

Exercice 1 - Étude de l'OPPM associée à un rayon laser : On considère un faisceau laser de puissance moyenne $\langle P \rangle = 1 \text{ mW}$ et de section $s = 4 \text{ mm}^2$ modélisé par une onde électromagnétique monochromatique se propageant dans le vide dont le champ électrique est de la forme : $\vec{E}(z, t) = E_0 \cos(k(z - ct) + \phi_0) \vec{e}_x$.

1. Décrire précisément les différents termes intervenant dans cette écriture et leur signification physique. Décrire l'état de polarisation. Montrer en écrivant la relation de dispersion liant la norme du vecteur d'onde k à la pulsation ω , que l'on peut écrire de façon équivalente $\vec{E}(z, t) = E_0 \cos(kz - \omega t + \phi_0) \vec{e}_x$.
2. Exprimer le champ magnétique attaché à cette onde.
3. Exprimer le vecteur de Poynting $\vec{\Pi}$. En déduire l'expression littérale de l'amplitude du champ électrique E_0 en fonction de la puissance moyenne $\langle P \rangle$ et de s , de la célérité de la lumière dans le vide et de ϵ_0 . Donner sa valeur numérique. On rappelle que $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1}$.

Exercice 2 - Interférences : On étudie l'onde résultant de la superposition dans le vide de deux ondes électromagnétiques planes de même pulsation ω , de même amplitude E_m , polarisées rectilignement suivant (Oy) . Elles se propagent selon deux directions \vec{e}_1 et \vec{e}_2 , contenues dans le plan (Oxz) et faisant entre elles un angle 2θ : $(\vec{e}_1, \vec{e}_2) = 2\theta$. Les ondes sont en phase à $t = 0$ et à l'origine du repère. L'axe (Oz) est choisi tel que $(\vec{e}_1, \vec{e}_z) = \theta$:



1. Établir l'expression du champ électrique résultant. Quelle est sa vitesse de phase v_ϕ ? L'onde est-elle plane ?
2. Donner l'expression du champ magnétique \vec{B} .
3. Calculer la valeur moyenne du vecteur de Poynting $\vec{\Pi}$ et en déduire la répartition de l'éclairement (donné par le carré de la norme du vecteur de Poynting) sur une surface perpendiculaire à $\vec{\Pi}$. Commenter.

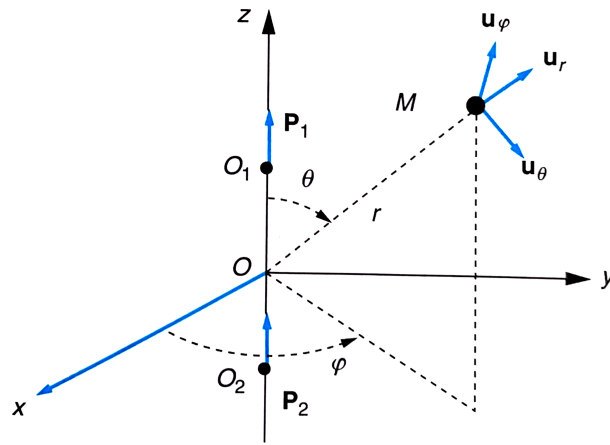
Exercice 3 - Ondes dans un électrolyte : Dans cet exercice, on cherche à modéliser l'impact d'une faible conductivité sur la propagation des ondes électromagnétiques. Cela impose notamment de rechercher une relation de dispersion dans un milieu matériel.

On s'intéresse à la propagation d'ondes électromagnétiques dans l'eau de mer, modélisée comme un électrolyte (solution contenant des ions responsables du transport du courant) de densité de charge $\rho = 0$ (le milieu est donc localement neutre), de permittivité diélectrique relative $\epsilon_r = 80$ et par sa conductivité $\sigma \simeq 6 \text{ S/m}$ (on notera la faible conductivité, liée à la nature des porteurs de charge).

1. Écrire les équations de Maxwell dans le milieu étudié. On admet que la nature du milieu consiste à remplacer ϵ_0 par $\epsilon_r \epsilon_0$.
2. Déterminer l'équation de propagation du champ électrique.
3. Déterminer la relation de dispersion du milieu et la commenter.
4. Quel est le domaine de fréquence à privilégier pour la communication sous-marine ?

Exercice 4 - Modèle élémentaire d'antenne : Deux dipôles oscillants de moments dipolaires $\mathbf{p}_1 = p_0 \cos(\omega t - \omega a/c) \mathbf{u}_z$ et $\mathbf{p}_2 = p_0 \cos(\omega t + \omega a/c) \mathbf{u}_z$ sont placés aux points O_1 et O_2 de l'axe Oz de cotes respectives $z_1 = a$ et $z_2 = -a$. En un point M éloigné, on peut considérer que les champs ont été émis par O pour exprimer tous les facteurs géométriques $r_1/c = O_1M/c$ et $r_2/c = O_2M/c$. Ces deux dipôles rayonnent alors un champ électrique de la forme :

$$\mathbf{E} = (\ddot{p}_1(t - r_1/c) + \ddot{p}_2(t - r_2/c)) \frac{\mu_0 \sin \theta}{4\pi r} \mathbf{u}_\theta .$$



1. Exprimer r_1 et r_2 en fonction de r , a et θ en limitant les calculs à l'ordre 1 en l'infiniment petit a/r .
2. En admettant qu'à grande distance, l'onde est localement plane de direction de propagation \mathbf{u}_r , en déduire l'expression du champ magnétique \mathbf{B} .
3. En déduire l'expression de la moyenne temporelle de la norme du vecteur de Poynting.
4. Dans le cas d'une antenne demi-onde, c'est-à-dire telle que $2\omega a/c = \pi$, on a tracé ci-dessous l'indicatrice de rayonnement en portant dans chaque direction \mathbf{u}_r du plan une longueur proportionnelle à la moyenne de la norme du vecteur de Poynting à r fixé. Commenter l'allure de cette indicatrice. Dans quelle direction la puissance moyenne rayonnée est nulle ? Interpréter sans calculs.

