Colle n° 4 : Électromagnétisme

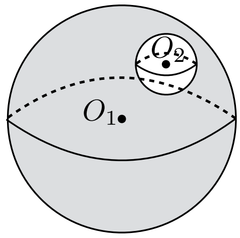
Exercice 1 - Un exemple de quadrupole : On considère 3 charges ponctuelles alignées sur l'axe $(0x)$: une charge négative $-2q$ placée à l'origine O et deux charges positives q placées en A_1 d'abcisse $x = +d$ et A_2 d'abcisse $x = -d$. Soit P un point repéré par sa distance r à O et par l'angle θ entre $\overrightarrow{OP}$ et l'axe (Ox).

1. Calculer le potentiel crée en P par cette distribution. de charges, dans le cas général et dans le cas où $r \gg d$.
2. Commenter.

Exercice 2 - Champ dans une cavité sphérique :

Une boule de rayon a et de centre O_1 est uniformément chargée avec une densité volumique de charges $\rho_0 > 0$, mis à part une cavité sphérique, entièrement incluse dans la boule, centrée en O_2, de rayon b vide de charges. On cherche le champ électrique en un point M à l'intérieur de la cavité.

Calculer le champ électrique en M situé à l'intérieur de la cavité.



Exercice 3 - Champ et potentiel créés par deux fils infinis : On considère un fil infini d'axe Oz portant une densité linéique de charges constante λ.

1. Déterminer le champ électrostatique $\overrightarrow{E}$.
2. En déduire le potentiel électrostatique V.
3. On considère deux fils infinis parallèles à l'axe Oz situés en $(x = -a, y = 0)$ et $(x = a, y = 0)$ portant respectivement des densités linéiques de charges $-\lambda$ et $+\lambda$. Donner l'expression du potentiel en un point de l'espace défini par les distances r_1 et r_2 aux deux fils, en choisissant $V = 0$ à égale distance des deux fils.

Exercice 4 - Charge au centre d'un cube : Soit une charge ponctuelle.

1. Quelle est le flux du champ électrique au travers d'une sphère de rayon r centrée sur la charge ?
   On considère une charge ponctuelle q placée au centre d'un cube de côté a.
2. Déduire de la question précédente en utilisant les symétries du champs le flux du champ électrique à travers une face du cube.
3. Même question si la charge est maintenant placée en un sommet du cube. On pourra essayer de se ramener à la situation précédente.

Exercice 5 - Décharge d'un condensateur dans l'air : On constate expérimentalement qu'une boule conductrice de rayon R, uniformément chargée et abandonnée dans l'air avec une charge q_0 se décharge. Pour interpréter ce phénomène, on suppose que l'air est un milieu faiblement conducteur de conductivité σ : la densité de charge ρ est nulle et la densité de courant $\overrightarrow{j}$ est fournie par la loi d'Ohm locale. L'origine de l'espace étant prise au centre O de la boule, on adopte les coordonnées sphériques de centre O et on suppose le champ magnétique nul.

1. Déterminer le champ électrique en tout point de l'espace.
2. Donner l'expression de la densité de courant dans l'air.
3. Déterminer $q(t)$ en fonction de q_0, σ, ϵ_0 et t.
4. Pourquoi les expériences d'électrostatique sont-elles plus difficiles à réaliser lorsque l'air est humide ?

Exercice 6 - Pression au centre de la Terre : On modélise la Terre par une sphère homogène de masse volumique constante μ, de rayon R_T et de masse totale M_T. On s'intéresse à ce qui se passe dans la Terre, donc pour $r > R_\mathrm{T}$.

1. En admettant la relation de la statique des fluides $\dfrac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}r}\vec{e}_r = \mu\overrightarrow{G}(r)$ avec $\overrightarrow{G}$ le champ de pesanteur terrestre, montrer que la pression vérifie la loi $\dfrac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}r} = -\alpha r$. Donner l'expression de la constante α.

2. Quelle est la pression au centre de la Terre en fonction de R_{T}, M_{T} et de la constante de gravitation universelle $\mathcal{G}$? La valeur communément admise de cette pression est 380 GPa, commenter. On donne $\mathcal{G} \approx 6.67 \times 10^{-11}\,\mathrm{m}^3 \cdot \mathrm{kg}^{-1} \cdot \mathrm{s}^{-2}$, $R_{\mathrm{T}} \approx 6400\,\mathrm{km}$ et $M_{\mathrm{T}} \approx 6 \times 10^{24}\,\mathrm{kg}$.

Exercice 7 - Champ gravitationnel terrestre : On représente la distribution de masse à l'intérieur de la Terre par une masse volumique variant en fonction de la distance r au centre de la Terre (de rayon R_T) selon la loi $\mu(r) = \mu_0 \left(1 - \alpha \dfrac{r^2}{R_T^2}\right)$.

1. Déterminer l'expression du champ gravitationnel $\vec{G}(\vec{r})$ en un point interne de la Terre situé en $\vec{r}$.
2. Vérifier la relation locale de Gauss pour la gravitation. L'expression de la divergence en coordonnées sphériques pour un champ à symétrie sphérique est $\mathrm{div}(f(r)\vec{e}_r) = \dfrac{1}{r^2}\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}\left(r^2 f(r)\right)$.