

## Colle n° 6 : Électromagnétisme 4

**Exercice 1 - Potentiel électrostatique d'un électrolyte :** On considère un électrolyte globalement neutre comportant des charges positives  $+q$  et négatives  $-q$ . Dans une hypothèse d'équilibre thermodynamique local, la densité de charges positives  $\rho_+$  et négatives  $\rho_-$  à la température  $T$  dans un électrolyte suit une loi de Boltzmann, ce qui conduit à une densité de charge totale :

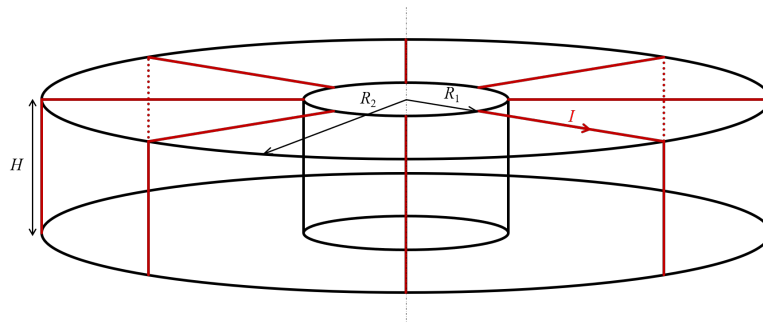
$$\rho(M) = \rho_0 \exp\left(-\frac{qV(M)}{k_B T}\right) - \rho_0 \exp\left(+\frac{qV(M)}{k_B T}\right),$$

où  $\rho_0 = qn_0$  avec  $n_0$  la densité moyenne de particules, et  $V(M)$  le potentiel électrostatique au point  $M$ .

On suppose que la répartition de charges est à symétrie sphérique.

1. Donner l'équation vérifiée par le potentiel électrostatique. On rappelle l'expression du Laplacien en coordonnées sphériques  $\Delta f(r) = \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{df(r)}{dr} \right)$ .
2. Dans une hypothèse où la température est élevée :  $qV \ll k_B T$  dans tout l'électrolyte, vérifier que le potentiel  $V(r) = \frac{\alpha}{r} \exp\left[-\frac{r}{r_0}\right]$  est solution de l'équation précédemment trouvée. Donner l'expression de  $r_0$  et commenter la forme du potentiel obtenue.

**Exercice 2 - Bobine torique :** On considère une bobine torique, c'est-à-dire un enroulement de spires autour d'un tore à base carré de rayon intérieur  $R_1$ , de rayon extérieur  $R_2$  et de hauteur  $H$ . Le schéma ci-dessous illustre le système mais seules quelques spires ont été tracées pour éviter de surcharger le dessin mais il y a suffisamment de spires pour considérer qu'on a un continuum de spires. Toutes les spires sont parcourues par le même courant  $I$  et il y en a  $N$ .



1. Par analyse des symétries et des invariances déterminer la forme du champ magnétique.
2. Considérer des cercles centrés sur l'axe de révolution du tore et de rayon  $r$ . Sachant que la circulation du champ magnétique sur ce cercle est égal au produit de la perméabilité du vide  $\mu_0$  par le courant électrique enlacé (compté algébriquement), déterminer l'expression du champ magnétique partout dans l'espace. On prendra l'origine des  $z$  au milieu du tore.
3. On définit le coefficient d'auto-induction  $L$  par l'expression  $\Phi = LI$  avec  $\Phi$  le flux du champ magnétique traversant l'ensemble des spires. Déterminer l'expression du coefficient  $L$ .

**Exercice 3 - Cylindre infini en rotation autour de son axe :** Un long cylindre, supposé infini, de rayon  $R$  et chargé uniformément en volume avec la densité  $\rho$ , tourne à vitesse angulaire  $\omega$  constante autour de son axe ( $Oz$ ) relativement au référentiel du laboratoire. Le milieu a des propriétés identiques à celles du vide, et on suppose qu'il n'y a pas de charge surfacique.

1. Calculer la distribution de courants ainsi générée.
2. Calculer alors le champ magnétique, en admettant que le champ extérieur est nul.

**Exercice 4 - Modélisation d'un impact de foudre :** On modélise un éclair et son arrivée sur le sol avec des courants dans le sol. L'éclair est modélisé par un fil infiniment fin parcouru par un courant d'intensité  $I = 50 \text{ kA}$ . On utilisera les coordonnées sphériques de centre  $O$  le point d'impact de la foudre sur le sol.

1. En supposant que la loi des nœuds reste valide, comment s'écrit la densité volumique de courant dans le sol ?
2. Analyser les symétries et invariances du champ  $\vec{B}$  dans l'air.
3. Comment sont les lignes de champ magnétique ?
4. Calculer le champ magnétique à l'aide du théorème d'Ampère.
5. On admet que la densité de courant et le champ électrique sont reliés par la loi d'Ohm locale dans le sol :  $\vec{j} = \gamma \vec{E}$ , avec  $\gamma > 0$  la conductivité, qui dépend du type de sol concerné. Déterminer le champ électrique dans le sol et le potentiel électrique au sol. Commenter.